

8 Allerlei verbanden

Voorkennis Vermenigvuldigingsfactor, de formule van een lijn, en grafieken verschuiven

Bladzijde 88

1	procentuele toename	17%	1,7%	0,17%	83,2%	2,3%	0,85%	150%
	vermenigvuldigingsfactor	1,17	1,017	1,0017	1,832	1,023	1,0085	2,5
2	procentuele afname	31%	3,1%	0,31%	68,7%	13%	1,8%	0,3%
	vermenigvuldigingsfactor	0,69	0,969	0,9969	0,313	0,87	0,982	0,997

Bladzijde 89

3 Lijn l

- 1 Stel $l: y = ax + b$.
- 2 Het snijpunt met de y -as is $(0, 2)$, dus $b = 2$.
- 3 Gebruik ook het punt $(1, 3)$.

$$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{1}{1} = 1$$
- 4 Dus $l: y = x + 2$.

Lijn m

- 1 Stel $m: y = ax + b$.
- 2 Het snijpunt met de y -as is $(0, 1)$, dus $b = 1$.
- 3 Gebruik ook het punt $(2, -2)$.

$$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{-3}{2} = -1\frac{1}{2}$$
- 4 Dus $m: y = -1\frac{1}{2}x + 1$.

Lijn n

- 1 Stel $n: y = ax + b$.
- 2 Het snijpunt met de y -as is $(0, 4)$, dus $b = 4$.
- 3 Gebruik ook het punt $(3, 3)$.

$$a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{-1}{3} = -\frac{1}{3}$$
- 4 Dus $n: y = -\frac{1}{3}x + 4$.

- 4**
- a** $y = -6,7x^2 \xrightarrow{7 \text{ omhoog}} y = -6,7x^2 + 7 \xrightarrow{3 \text{ naar links}} y = -6,7(x + 3)^2 + 7$
- b** $y = -6,7x^2 \xrightarrow{2 \text{ omlaag}} y = -6,7x^2 - 2 \xrightarrow{0,4 \text{ naar rechts}} y = -6,7(x - 0,4)^2 - 2$
- c** $y = -6,7x^2 \xrightarrow{11 \text{ naar rechts}} y = -6,7(x - 11)^2 \xrightarrow{120 \text{ omlaag}} y = -6,7(x - 11)^2 - 120$
- d** $y = -6,7x^2 \xrightarrow{11 \text{ omlaag}} y = -6,7x^2 - 11 \xrightarrow{120 \text{ naar links}} y = -6,7(x + 120)^2 - 11$

- 5**
- a** 11 omlaag **d** 16 omhoog
- b** 11 naar rechts **e** 4 naar rechts en 8 omhoog
- c** 11 naar links en 16 omlaag **f** 7 naar links en 123 omlaag

8.1 Exponentiële groei

Bladzijde 90

1	t	0	1	2	3	4
	aantal	10 000	20 000	40 000	80 000	160 000

Bladzijde 91

- 2
- a formule $N = b \cdot g^t$
 beginwaarde $b = 1,95$
 groeifactor per jaar $g = 0,989$ } $N = 1,95 \cdot 0,989^t$
- b $t = 8$ geeft $N = 1,95 \cdot 0,989^8 = 1,784...$
 Dus op 1 januari 2025 heeft Riga $0,35 \times 1,784... \text{ miljoen} \approx 625\,000$ inwoners.
- c Neem beginwaarde 1,95 en vermenigvuldig herhaald met 0,989.
 $t = 17$ geeft $N = 1,615...$
 $t = 18$ geeft $N = 1,597...$
 Dus eind 2034 zullen er voor het eerst minder dan 1,6 miljoen inwoners in Letland zijn.
- d $t = 3$ geeft $N = 1,95 \cdot 0,989^3 = 1,886...$
 $t = 13$ geeft $N = 1,95 \cdot 0,989^{13} = 1,688...$
 Het aantal inwoners neemt af met $1,886... - 1,688... \approx 0,20$ miljoen.
- 3
- a De beginhoeveelheid is $b = 18$.
 De groeifactor is $g = 1,3$.
- b $t = 4$ geeft $N = 18 \cdot 1,3^4 \approx 51,4$
- c Neem beginwaarde 18 en vermenigvuldig herhaald met 1,3.
 $t = 13$ geeft $N \approx 545$
 $t = 14$ geeft $N \approx 709$
 Dus voor $t = 14$ is de hoeveelheid N voor het eerst meer dan 650.

Bladzijde 92

- 4
- a formule $N = b \cdot g^t$
 beginwaarde $b = 2,22$
 groeifactor per jaar $g = 1,019$ } $N = 2,22 \cdot 1,019^t$
- b $t = 7$ geeft $N = 2,22 \cdot 1,019^7 \approx 2,53$
 Dus op 1 januari 2024 heeft Botswana 2,53 miljoen inwoners.
- c Neem beginwaarde 2,22 en vermenigvuldig herhaald met 1,019.
 $t = 15$ geeft $N = 2,94...$
 $t = 16$ geeft $N = 3,00...$
 Dus op 1 januari 2033 zijn er voor het eerst meer dan 3 miljoen inwoners.
- d $t = 9$ geeft $N = 2,22 \cdot 1,019^9 = 2,62...$
 Dus dat zijn er $0,095 \times 2,62... \text{ miljoen} \approx 250\,000$.
- 5
- a formule $N = b \cdot g^t$
 beginwaarde $b = 3,84$
 groeifactor per jaar $g = 1,086$ } $N = 3,84 \cdot 1,086^t$
- b $t = 4$ geeft $N = 3,84 \cdot 1,086^4 \approx 5,34$ miljard betalingen met de pinpas in 2021.
- c $t = 5$ geeft $N = 3,84 \cdot 1,086^5 = 5,800...$
 $t = 6$ geeft $N = 3,84 \cdot 1,086^6 = 6,299...$
 In 2023 zullen er $6,299... - 5,800... \approx 0,50$ miljard betalingen meer zijn dan in 2022.
- d Neem beginwaarde 3,84 en vermenigvuldig herhaald met 1,086.
 $t = 8$ geeft $N \approx 7,4$
 $t = 9$ geeft $N \approx 8,1$
 Dus in 2026 zal er voor het eerst meer dan 7,5 miljard keer met de pinpas worden betaald.

6 a	t	0	1	2	3	4
	N	4,8	2,4	1,2	0,6	0,3

$$\left. \begin{array}{l} \text{b formule } N = b \cdot g^t \\ \text{beginwaarde } b = 4,8 \\ \text{groefactor per tien jaar } g = 0,5 \end{array} \right\} N = 4,8 \cdot 0,5^t$$

Bladzijde 93

- 7 a** De groefactor is $g = 0,83$.
b $t = 4$ geeft $N = 850 \cdot 0,83^4 \approx 403,4$
c Neem beginwaarde 850 en vermenigvuldig herhaald met 0,83.
 $t = 23$ geeft $N \approx 11,7$
 $t = 24$ geeft $N \approx 9,7$
 Dus voor $t = 24$ is N voor het eerst minder dan 10.

- 8 a** $\left. \begin{array}{l} \text{formule } N = b \cdot g^t \\ \text{beginwaarde } b = 2,82 \\ \text{groefactor per jaar } g = 0,987 \end{array} \right\} N = 2,82 \cdot 0,987^t$
b $t = 10$ geeft $N = 2,82 \cdot 0,987^{10} \approx 2,47$
 Dus op 1 januari 2027 heeft Litouwen 2,47 miljoen inwoners.
c Neem beginwaarde 2,82 en vermenigvuldig herhaald met 0,987.
 $t = 15$ geeft $N = 2,31 \dots$
 $t = 16$ geeft $N = 2,28 \dots$
 Dus in de loop van 2032 zullen er voor het eerst minder dan 2,3 miljoen inwoners zijn.
d $t = 3$ geeft $N = 2,82 \cdot 0,987^3 = 2,711 \dots$
 $t = 13$ geeft $N = 2,82 \cdot 0,987^{13} = 2,378 \dots$
 Het aantal inwoners neemt af met $2,711 \dots - 2,378 \dots \approx 0,33$ miljoen.

- 9 a** $\left. \begin{array}{l} \text{formule } N = b \cdot g^t \\ \text{beginwaarde } b = 12 \\ \text{groefactor per dag } g = \frac{3}{4} \end{array} \right\} N = 12 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^t$
b Neem beginwaarde 12 en vermenigvuldig herhaald met $\frac{3}{4}$.
 $t = 11$ geeft $N = 0,506 \dots$
 $t = 12$ geeft $N = 0,380 \dots$
 Dus na iets meer dan 11 dagen is er voor het eerst minder dan 0,5 mg van het medicijn aanwezig.

- 10** De beginhoeveelheid is 1000, en de groefactor per twee tijdseenheden is $\frac{810}{1000} = 0,81$.
 Dus op $t = 8$ is de hoeveelheid $1000 \cdot 0,81^4 \approx 430$.

- 11 a** Bij $n = 0$ hoort $A = 4^2 = 16$.
 In $\triangle AEH$ is $\angle A = 90^\circ$, dus $EH^2 = AE^2 + AH^2$
 $EH^2 = 2^2 + 2^2 = 8$
 $EH = \sqrt{8}$
 Dus bij $n = 1$ hoort $A = (\sqrt{8})^2 = 8$.
 Bij $n = 2$ hoort $A = 2^2 = 4$.
 Er is sprake van exponentiële groei met groefactor $\frac{1}{2}$.
 $\left. \begin{array}{l} \text{formule } A = b \cdot g^n \\ \text{beginwaarde } b = 16 \\ \text{groefactor } g = \frac{1}{2} \end{array} \right\} A = 16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$
b $1 \text{ mm}^2 = 0,01 \text{ cm}^2$
 Neem beginwaarde 16 en vermenigvuldig herhaald met $\frac{1}{2}$.
 $n = 10$ geeft $A = 0,0156 \dots$
 $n = 11$ geeft $A = 0,0078 \dots$
 Dus het vierkant waarvan de oppervlakte voor het eerst kleiner is dan 1 mm^2 heeft rangnummer 11.

- c Bij $n = 0$ hoort vierkant $ABCD$ met omtrek 16.
 $EH = \sqrt{8}$, dus bij $n = 1$ hoort vierkant $EFGH$ met omtrek $4\sqrt{8}$.
 Bij $n = 2$ hoort vierkant $PQRS$ met omtrek 8.

$$\frac{4\sqrt{8}}{16} = \frac{\sqrt{8}}{4} = \frac{1}{4}\sqrt{8} = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = \frac{1}{4} \cdot 2\sqrt{2} = \frac{1}{2}\sqrt{2} \text{ en}$$

$$\frac{8}{4\sqrt{8}} = \frac{2}{\sqrt{8}} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

Er is sprake van exponentiële groei met groeifactor $\frac{1}{2}\sqrt{2}$.

$$\left. \begin{array}{l} \text{formule } L = b \cdot g^n \\ \text{beginwaarde } b = 16 \\ \text{groeifactor } g = \frac{1}{2}\sqrt{2} \end{array} \right\} L = 16 \cdot \left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)^n$$

1 mm = 0,1 cm

Neem beginwaarde 16 en vermenigvuldig herhaald met $\frac{1}{2}\sqrt{2}$.

$n = 14$ geeft $L = 0,125$

$n = 15$ geeft $L = 0,088\dots$

Dus het vierkant waarvan de omtrek voor het eerst kleiner is dan 1 mm heeft rangnummer 15.

8.2 Procenten en groeifactoren

Bladzijde 94

- 12 a $100\% + 10\% = 110\%$, dus $\text{NIEUW} = 1,10 \times \text{OUD} = 1,10 \times 80 = 88$ euro.
 Er is met het getal 1,10 vermenigvuldigd.
 b $100\% - 25\% = 75\%$, dus $\text{NIEUW} = 0,75 \times \text{OUD} = 0,75 \times 200 = 150$ euro.
 Er is met het getal 0,75 vermenigvuldigd.

Bladzijde 95

- 13 a $\left. \begin{array}{l} \text{formule } W = b \cdot g^t \\ \text{beginwaarde } b = 18\,500 \\ \text{afname } 22,5\%, \text{ dus groeifactor per jaar } g = 0,775 \end{array} \right\} W = 18\,500 \cdot 0,775^t$
 b $t = 3$ geeft $W = 18\,500 \cdot 0,775^3 \approx 8611$ euro op 1 januari 2022.
 c 2025 loopt van $t = 6$ tot $t = 7$.
 $t = 6$ geeft $W = 18\,500 \cdot 0,775^6 = 4008,5\dots$
 $t = 7$ geeft $W = 18\,500 \cdot 0,775^7 = 3106,5\dots$
 De waarde van de auto daalt in 2025 met $4008,5\dots - 3106,5\dots \approx 902$ euro.
 d Neem beginwaarde 18 500 en vermenigvuldig herhaald met 0,775.
 $t = 9$ geeft $W \approx 1866$
 $t = 10$ geeft $W \approx 1446$
 In de loop van 2028 is de auto voor het eerst minder dan 1500 euro waard.
- 14 a $\left. \begin{array}{l} \text{formule } B = b \cdot g^t \\ \text{beginwaarde } b = 780 \\ \text{toename } 1,4\%, \text{ dus groeifactor per jaar } g = 1,014 \end{array} \right\} B = 780 \cdot 1,014^t$
 b $t = 7$ geeft $B = 780 \cdot 1,014^7 \approx 859,73$ euro na zeven jaar.
 c Neem beginwaarde 780 en vermenigvuldig herhaald met 1,014.
 $t = 17$ geeft $B \approx 987,96$
 $t = 18$ geeft $B \approx 1001,79$
 Dus na achttien jaar staat er voor het eerst meer dan 1000 euro op de rekening.
 d Het tiende jaar loopt van $t = 9$ tot $t = 10$.
 $t = 9$ geeft $B = 780 \cdot 1,014^9 = 883,967\dots$
 $t = 10$ geeft $B = 780 \cdot 1,014^{10} = 896,342\dots$
 Het bedrag neemt het tiende jaar met $896,342\dots - 883,967\dots \approx 12,38$ euro toe.

- 15 a** formule $P = b \cdot g^t$
 beginwaarde $b = 150$
 afname 8%, dus groeifactor per jaar $g = 0,92$ } $P = 150 \cdot 0,92^t$
- b** De vijfde week loopt van $t = 4$ tot $t = 5$.
 $t = 4$ geeft $P = 150 \cdot 0,92^4 = 107,45\dots$
 $t = 5$ geeft $P = 150 \cdot 0,92^5 = 98,86\dots$
 In de vijfde week neemt de stof met $107,45\dots - 98,86\dots \approx 8,6$ ppm af.
- c** Als de hoeveelheid giftige stof gehalveerd is, is er nog $150 : 2 = 75$ ppm in het meer aanwezig.
 Neem beginwaarde 150 en vermenigvuldig herhaald met 0,92.
 $t = 8$ geeft $P \approx 77$
 $t = 9$ geeft $P \approx 71$
 Dus na negen weken is de hoeveelheid giftige stof voor het eerst meer dan gehalveerd.
- d** $t = 15$ geeft $P \approx 42,9$
 $t = 16$ geeft $P \approx 39,5$
 Dus na zestien weken wordt het meer weer opengesteld voor recreatie.

Bladzijde 96

- 16 a** formule $N = b \cdot g^t$
 beginwaarde $b = 23,2$
 toename 1,12%, dus groeifactor per jaar $g = 1,0112$ } $N = 23,2 \cdot 1,0112^t$
- b** 2024 loopt van $t = 7$ tot $t = 8$.
 $t = 7$ geeft $N = 23,2 \cdot 1,0112^7 = 25,0811\dots$
 $t = 8$ geeft $N = 23,2 \cdot 1,0112^8 \approx 25,3620\dots$
 $25,3620\dots - 25,0811\dots = 0,2809\dots$ miljoen
 Dus in 2024 komen er 281 000 inwoners bij.
- c** Neem beginwaarde 23,2 en vermenigvuldig herhaald met 1,0112.
 $t = 13$ geeft $N = 26,81\dots$
 $t = 14$ geeft $N = 27,11\dots$
 In de loop van 2030 zijn er voor het eerst 27 miljoen inwoners.
- d** Het aantal inwoners van Australië op 1 januari 2025 is
 $23,2 \cdot 1,0112^8 = 25,36\dots$ miljoen.
 Sydney heeft dan $0,22 \cdot 25,36\dots$ miljoen $= 5,57\dots$ miljoen inwoners.
 In 2030 heeft Sydney op 1 januari dus $5,57\dots$ miljoen $+ 5 \cdot 70\,000 \approx 5,9$ miljoen inwoners.
- e** Het aantal inwoners van Australië op 1 januari 2050 is
 $23,2 \cdot 1,0112^{33} = 33,50\dots$ miljoen.
 Op 1 januari 2050 heeft Sydney $5,57\dots$ miljoen $+ 25 \cdot 70\,000 = 7,32\dots$ miljoen inwoners.
 Dus op 1 januari 2050 woont $\frac{7,32\dots}{33,50\dots} \times 100\% \approx 21,9\%$ van de bevolking van Australië in Sydney.

- 17 a** formule $N = b \cdot g^t$
 beginwaarde $b = 125\,000$
 afname 2,9%, dus groeifactor per jaar $g = 0,971$ } $N = 125\,000 \cdot 0,971^t$
- formule $A = b \cdot g^t$
 beginwaarde $b = 16,4$
 toename 2,5%, dus groeifactor per jaar $g = 1,025$ } $A = 16,4 \cdot 1,025^t$
- b** Neem beginwaarde 16,4 en vermenigvuldig herhaald met 1,025.
 $t = 30$ geeft $A \approx 34,4$
 $t = 31$ geeft $A \approx 35,3$
 Dus op 1 januari 2021 is de gemiddelde oppervlakte van een bedrijf voor het eerst meer dan 35 ha.

- c $t = 8$ geeft $N = 125\,000 \cdot 0,971^8 \approx 98\,779$
 $t = 22$ geeft $N = 125\,000 \cdot 0,971^{22} \approx 65\,423$
 $\frac{65\,423 - 98\,779}{98\,779} \times 100\% \approx -33,8\%$, dus de procentuele afname is 33,8%.
- d $t = 30$ geeft $N = 125\,000 \cdot 0,971^{30} \approx 51\,700$
 $t = 30$ geeft $A = 16,4 \cdot 1,025^{30} \approx 34,4$ ha
 De totale hoeveelheid land- en tuinbouwgrond op 1 januari 2020 is
 $51\,700 \cdot 34,4 \approx 1\,778\,000$ ha.
- e In 2012 is $N \approx 65\,423$ (zie c).
 Het aantal grote bedrijven in 2012 was $0,12 \times 65\,423 \approx 7900$.
- f $t = 10$ geeft $N = 125\,000 \cdot 0,971^{10} \approx 93\,133$
 $0,71 \times 93\,133 \approx 66\,124$
 In 2012 is $N \approx 65\,423$ (zie c).
 $0,58 \times 65\,423 \approx 37\,945$
 Het aantal kleine en middelgrote bedrijven is in die periode afgenomen met
 $66\,124 - 37\,945 \approx 28\,200$.

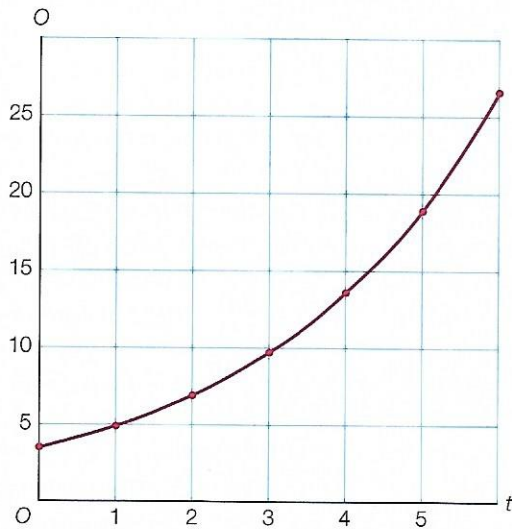
- 18 De groeifactor per jaar is 1,078, dus de groeifactor per tien jaar is $1,078^{10} \approx 2,119$.
 Dit geeft na tien jaar dus $100\% \times 2,119 = 211,9\%$.
 In tien jaar neemt de hoeveelheid met $211,9\% - 100\% = 111,9\%$ toe.

8.3 Tabellen en groei

Bladzijde 97

- 19 a $\frac{1280}{1024} = 1,25$ en $\frac{1600}{1280} = 1,25$, dus de groeifactor per jaar is $g = 1,25$.
- b formule $N = b \cdot g^t$
 beginwaarde $b = 1024$
 groeifactor per jaar $g = 1,25$ } $N = 1024 \cdot 1,25^t$
- c
- | | | | | | | |
|-----|------|------|------|------|------|------|
| t | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| N | 1024 | 1280 | 1600 | 2000 | 2500 | 3125 |
- d $t = 8$ geeft $N = 1024 \cdot 1,25^8 \approx 6104$

- 20 a tabel I: $\frac{12}{8} = 1,5$, $\frac{18}{12} = 1,5$ en $\frac{27}{18} = 1,5$
 De opeenvolgende delingen zijn gelijk, dus exponentiële groei met groeifactor 1,5.
 tabel II: $\frac{12}{8} = 1,5$, $\frac{16}{12} \approx 1,3$
 De opeenvolgende delingen zijn niet gelijk, dus geen exponentiële groei.
 tabel III: $\frac{60}{50} = 1,2$, $\frac{72}{60} = 1,2$ en $\frac{86,4}{72} = 1,2$
 De opeenvolgende delingen zijn gelijk, dus exponentiële groei met groeifactor 1,2.
- b tabel I: formule $N = b \cdot g^t$
 beginwaarde $b = 8$
 groeifactor $g = 1,5$ } $N = 8 \cdot 1,5^t$
- tabel III: formule $N = b \cdot g^t$
 beginwaarde $b = 50$
 groeifactor $g = 1,2$ } $N = 50 \cdot 1,2^t$

21 a

$$\frac{4,9}{3,5} = 1,4, \frac{6,9}{4,9} \approx 1,4, \frac{9,7}{6,9} \approx 1,4, \frac{13,6}{9,7} \approx 1,4, \frac{19,0}{13,6} \approx 1,4 \text{ en } \frac{26,6}{19,0} = 1,4$$

De opeenvolgende delingen zijn bij benadering gelijk, dus exponentiële groei met groeifactor 1,4.

$$\left. \begin{array}{l} \text{formule } O = b \cdot g^t \\ \text{beginwaarde } b = 3,5 \\ \text{groeifactor per dag } g = 1,4 \end{array} \right\} O = 3,5 \cdot 1,4^t$$

d Neem beginwaarde 3,5 en vermenigvuldig herhaald met 1,4.

$$t = 7 \text{ geeft } O \approx 36,9$$

$$t = 8 \text{ geeft } O \approx 51,7$$

Dus voor $t = 8$ is de oppervlakte voor het eerst meer dan 50 cm^2 .

Bladzijde 98

22 a

$$\frac{26\,989}{32\,175} \approx 0,839, \frac{22\,487}{26\,989} \approx 0,833, \frac{18\,799}{22\,487} \approx 0,836 \text{ en } \frac{15\,716}{18\,799} \approx 0,836$$

De opeenvolgende delingen zijn bij benadering gelijk, dus er is sprake van exponentiële groei.

$$\text{b De gemiddelde groeifactor is ongeveer } \frac{0,839 + 0,833 + 0,836 + 0,836}{4} = 0,836.$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{formule } N = b \cdot g^d \\ \text{beginwaarde } b = 32\,175 \\ \text{groeifactor per tien meter } g = 0,836 \end{array} \right\} N = 32\,175 \cdot 0,836^d$$

c Theo woont op 120 meter afstand, dus $d = 12$.

$$d = 12 \text{ geeft } N = 32\,175 \cdot 0,836^{12} \approx 3750 \text{ fijnstofdeeltjes per cm}^3.$$

$$1 \text{ liter} = 1 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$$

$$\text{Dus per liter lucht } 1000 \cdot 3750 = 3\,750\,000 \text{ fijnstofdeeltjes.}$$

$3\,750\,000 < 4\,000\,000$, dus Theo heeft ongelijk.

23

$$t = 0 \text{ geeft } N = 2^{3 \cdot 0 + 7} = 2^7 = 128$$

$$t = 1 \text{ geeft } N = 2^{3 \cdot 1 + 7} = 2^{10} = 1024$$

$$\text{Dus de beginwaarde is } b = 128, \text{ en de groeifactor is } g = \frac{1024}{128} = 8.$$

$$\text{De formule is dus } N = 128 \cdot 8^t.$$

24 a

$$\frac{135}{65} \approx 2,1 \text{ en } \frac{205}{135} \approx 1,5$$

De opeenvolgende delingen zijn niet gelijk, dus er is geen sprake van exponentiële groei.

$$\text{b } 135 - 65 = 70, 205 - 135 = 70 \text{ en } 275 - 205 = 70$$

Er komen elk jaar 70 dassen bij.

2025 is 10 jaar na 2015.

$$\text{Dus het aantal dassen in 2025 is } 65 + 10 \cdot 70 = 765.$$

Bladzijde 99

- 25 a** Tabel II hoort bij lineaire groei, want de hoeveelheid neemt per tijdseenheid toe met 3.
Tabel III hoort bij lineaire groei, want de hoeveelheid neemt per tijdseenheid af met 3.

b tabel I: $\frac{24}{16} = 1,5$, $\frac{36}{24} = 1,5$, $\frac{54}{36} = 1,5$ en $\frac{81}{54} = 1,5$

De opeenvolgende delingen zijn gelijk, dus exponentiële groei met groefactor 1,5.

tabel IV: $\frac{8}{16} = 0,5$, $\frac{4}{8} = 0,5$, $\frac{2}{4} = 0,5$ en $\frac{1}{2} = 0,5$

De opeenvolgende delingen zijn gelijk, dus exponentiële groei met groefactor 0,5.

c tabel I: formule $N = b \cdot g^t$
beginwaarde $b = 16$
groefactor $g = 1,5$ } $N = 16 \cdot 1,5^t$

tabel II: formule $N = at + b$
beginwaarde $b = 18$
toename $a = 3$ } $N = 3t + 18$

tabel III: formule $N = at + b$
beginwaarde $b = 28$
toename $a = -3$ } $N = -3t + 28$

tabel IV: formule $N = b \cdot g^t$
beginwaarde $b = 16$
groefactor $g = 0,5$ } $N = 16 \cdot 0,5^t$

d tabel I: $t = 8$ geeft $N = 16 \cdot 1,5^8 = 410,0625$

tabel II: $t = 8$ geeft $N = 3 \cdot 8 + 18 = 42$

tabel III: $t = 8$ geeft $N = -3 \cdot 8 + 28 = 4$

tabel IV: $t = 8$ geeft $N = 16 \cdot 0,5^8 = 0,0625$

26 a De toename per tijdseenheid is $385 - 350 = 35$.
 $t = 8$ geeft $N = 350 + 8 \cdot 35 = 630$

b De groefactor per tijdseenheid is $\frac{385}{350} = 1,1$.
 $t = 8$ geeft $N = 350 \cdot 1,1^8 \approx 750$

c De afname per tijdseenheid is $800 - 640 = 160$.
 $t = 6$ geeft $N = 800 - 6 \cdot 160 = -160$.

d De groefactor per tijdseenheid is $\frac{640}{800} = 0,8$.
 $t = 6$ geeft $N = 800 \cdot 0,8^6 \approx 210$

e De toename per tijdseenheid is $\frac{1100 - 800}{5} = 60$.
 $t = 9$ geeft $N = 800 + 3 \cdot 60 = 980$

27 a Bij T hoort lineaire groei, want de temperatuur neemt per kilometer hoogte af met 7°C .

formule $T = ah + b$
beginwaarde $b = 29$
toename $a = -7$ } $T = -7h + 29$

b $\frac{901}{1018} \approx 0,885$, $\frac{797}{901} \approx 0,885$, $\frac{705}{797} \approx 0,885$ en $\frac{624}{705} \approx 0,885$

De opeenvolgende delingen zijn bij benadering gelijk, dus bij P hoort exponentiële groei met groefactor 0,885.

formule $P = b \cdot g^h$
beginwaarde $b = 1018$
groefactor per km $g = 0,885$ } $P = 1018 \cdot 0,885^h$

c $T < 0$ geeft $-7h + 29 < 0$

$$-7h < -29$$

$$h > \frac{-29}{-7} \approx 4,143$$

Dus vanaf ongeveer 4140 meter hoogte vriest het.

d $T = -10$ geeft $-7h + 29 = -10$

$$-7h = -39$$

$$h = \frac{-39}{-7} = 5,57...$$

$$h = 5,57... \text{ geeft } P = 1018 \cdot 0,885^{5,57...} \approx 515$$

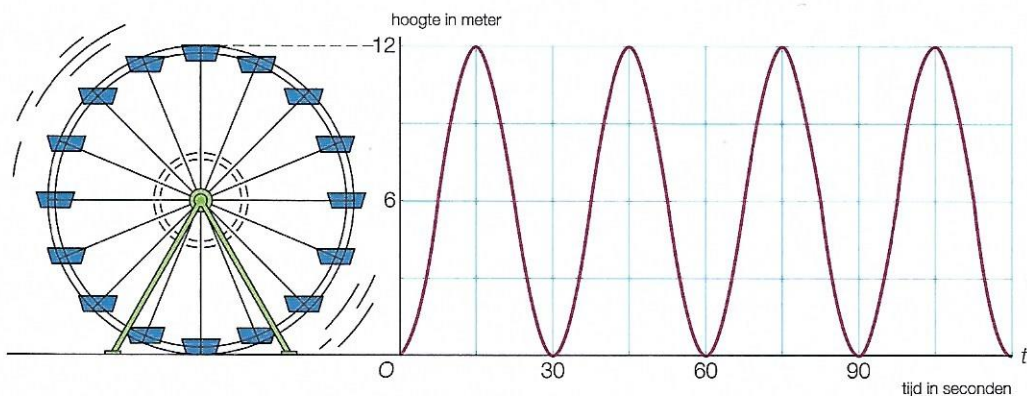
De luchtdruk op de hoogte die hoort bij -10°C is ongeveer 515 hPa.

8.4 Periodieke verbanden

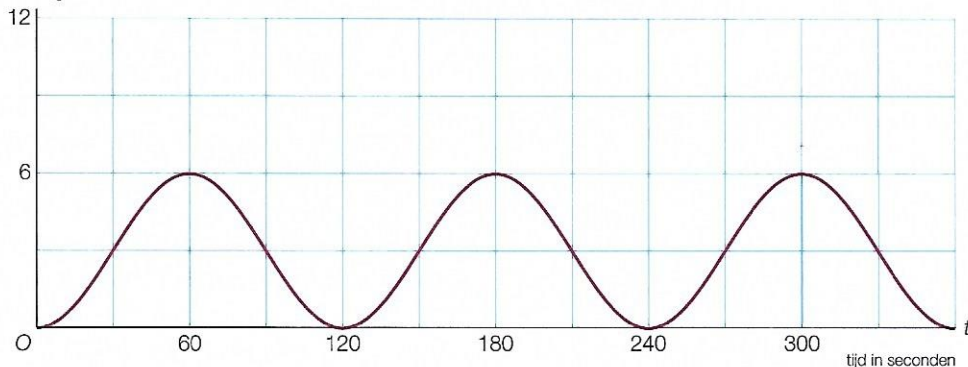
Bladzijde 100

28 a Eén keer ronddraaien duurt 60 seconden.

b



c hoogte in meter



Bladzijde 101

29 a periode = $9 - 1 = 8$

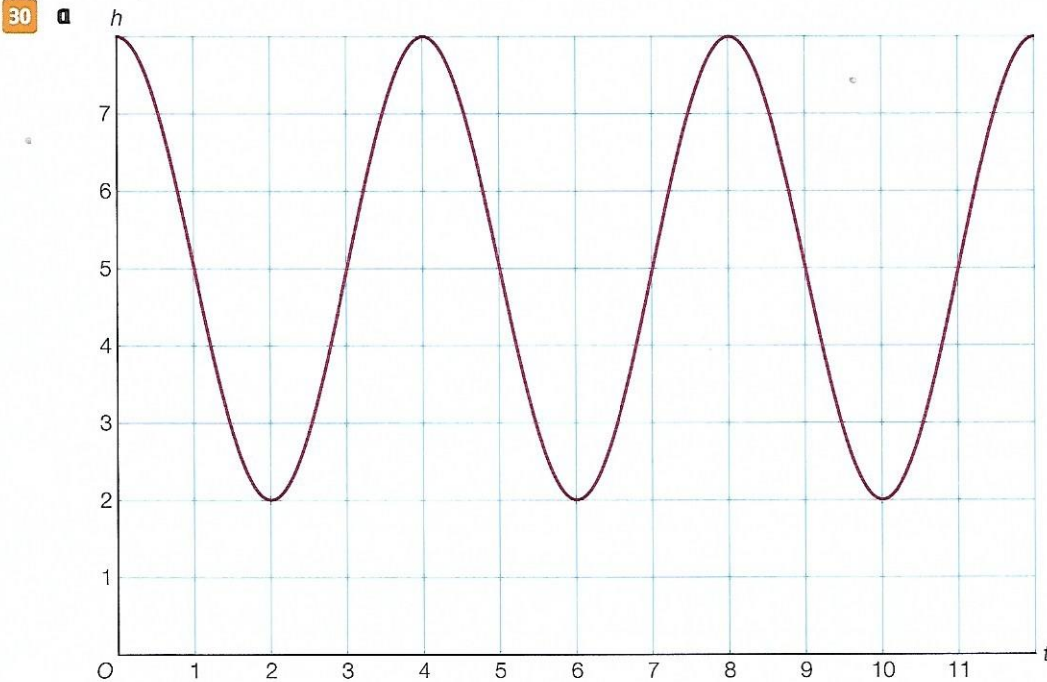
$$\text{evenwichtsstand} = \frac{20 + 10}{2} = 15$$

$$\text{amplitude} = 20 - 15 = 5$$

b periode = $2 - 0,5 = 1,5$

$$\text{evenwichtsstand} = \frac{500 + 200}{2} = 350$$

$$\text{amplitude} = 500 - 350 = 150$$

Bladzijde 102

b hoogste stand = 8

laagste stand = 2

c Bij $t = 26$ is de grafiek even hoog als bij $t = 26 - 6 \cdot 4 = 2$. Bij $t = 2$ is de hoogte 2.

Dus bij $t = 26$ hoort ook hoogte 2.

Bij $t = 33$ is de grafiek even hoog als bij $t = 33 - 8 \cdot 4 = 1$. Bij $t = 1$ is de hoogte 5.

Dus bij $t = 33$ hoort ook hoogte 5.

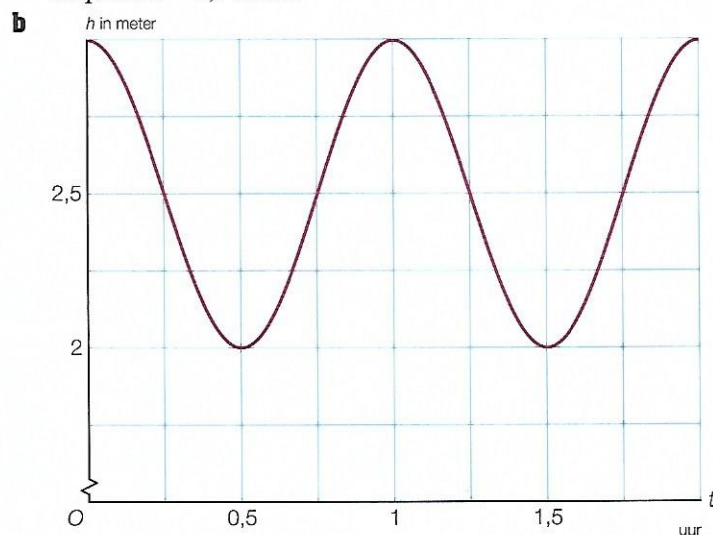
Bij $t = 35$ is de grafiek even hoog als bij $t = 35 - 8 \cdot 4 = 3$. Bij $t = 3$ is de hoogte 5.

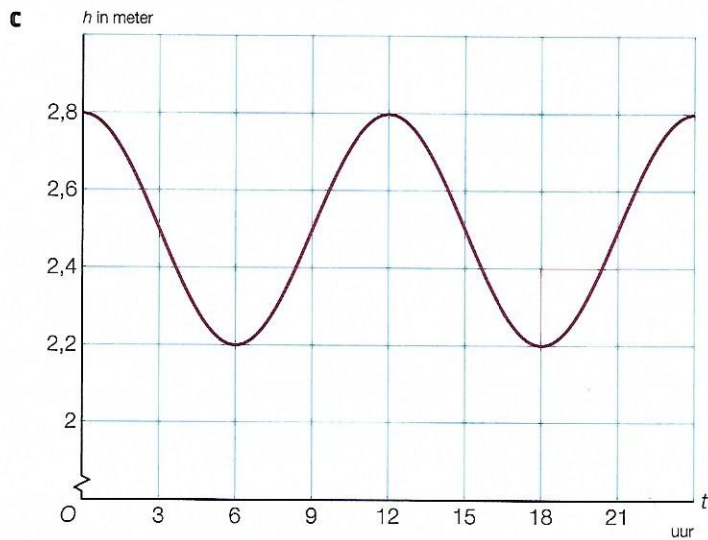
Dus bij $t = 35$ hoort ook hoogte 5.

Bij $t = 122$ is de grafiek even hoog als bij $t = 122 - 30 \cdot 4 = 2$. Bij $t = 2$ is de hoogte 2.

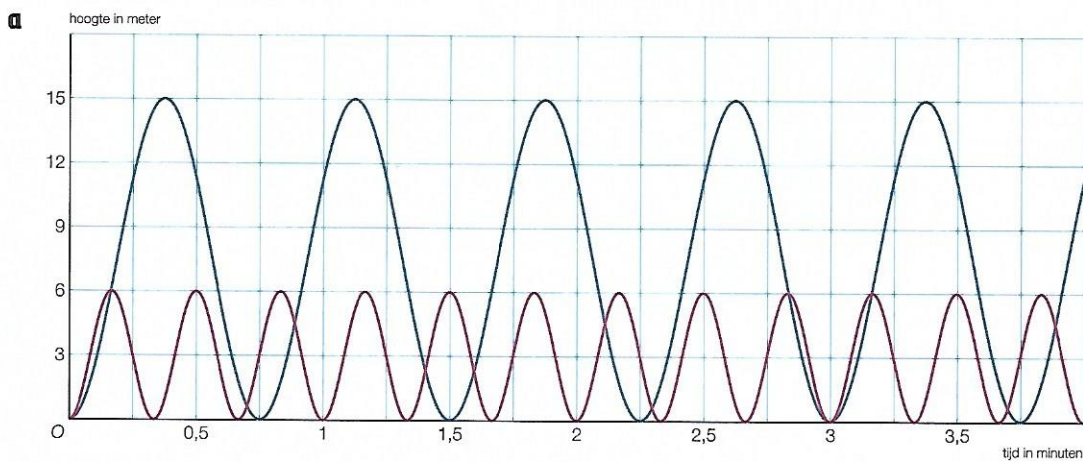
Dus bij $t = 122$ hoort ook hoogte 2.

31 a periode = 1 uur
evenwichtsstand = 2,5 meter
amplitude = 0,5 meter





32



- b** Na 3 minuten, dus na 180 seconden zijn Janneke en Ronald weer tegelijk beneden.
c Het antwoord van vraag b heeft te maken met $\text{kgv}(20, 45)$, want $\text{kgv}(20, 45) = 180$.

d $18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$

$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$

$\text{kgv}(18, 30) = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 90$

Ze zijn na 90 seconden voor het eerst weer tegelijk beneden.

e $15 = 3 \cdot 5$

$50 = 2 \cdot 5 \cdot 5$

$\text{kgv}(15, 50) = 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 = 150$

Ze zijn na 150 seconden voor het eerst weer tegelijk beneden.

f 1 minuut en 15 seconden = 75 seconden

2 minuten = 120 seconden

$75 = 3 \cdot 5 \cdot 5$

$120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$

$\text{kgv}(75, 120) = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 600$

Ze zijn na 600 seconden voor het eerst weer tegelijk beneden.

Bladzijde 103

33 a periode = $\frac{1985 - 1820}{5} = 33$ jaar

- b** Neem beginwaarde 1985 en tel er herhaald 33 bij op.

$1985 + 3 \cdot 33 = 2084$

$1985 + 4 \cdot 33 = 2117$

Dus in 2117.

- c** De zeventiende eeuw loopt van 1600 tot 1700.

Neem beginwaarde 1820 en trek er herhaald 33 van af.

$1820 - 3 \cdot 33 = 1721$

$1820 - 4 \cdot 33 = 1688$

Dus in 1688.

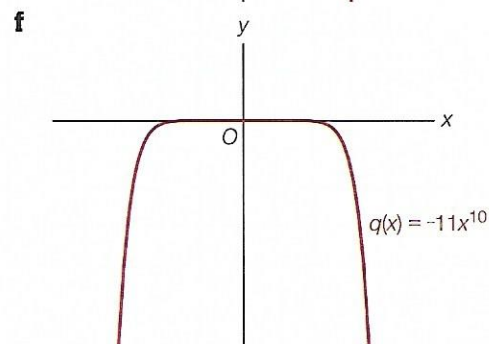
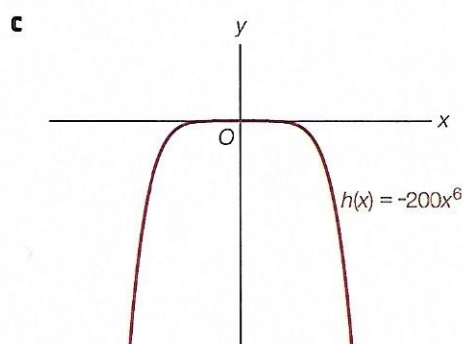
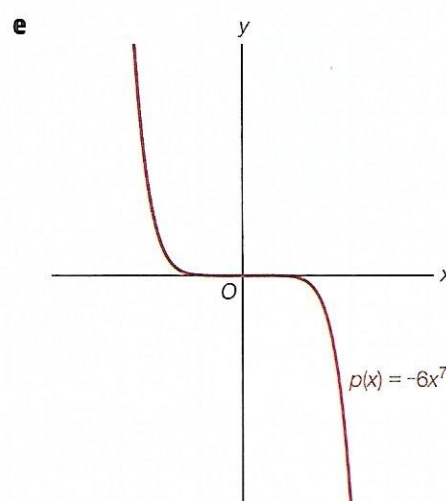
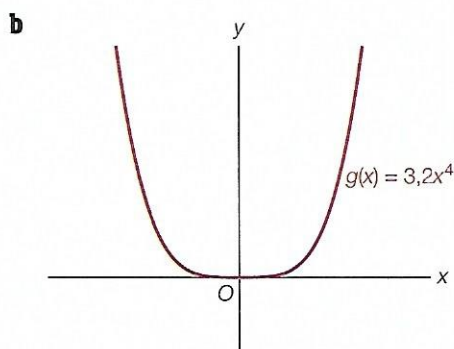
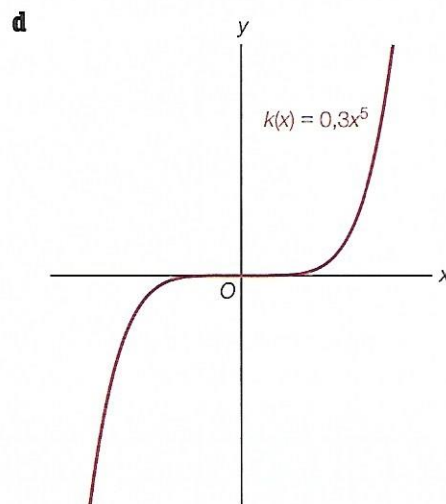
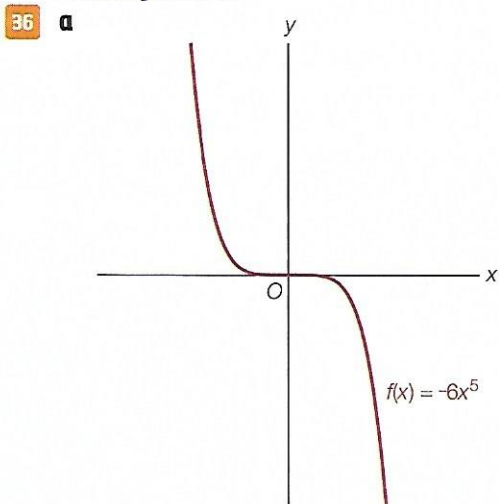
- 34 a** De periode van de hartslag is 0,75 seconden.
- b** Per minuut slaat het hart van Sifan $\frac{60}{0,75} = 80$ keer.
- c** Per dag slaat haar hart $24 \cdot 60 \cdot 80 = 115\,200$ keer.
Daarbij gaat er $115\,200 \cdot 70 = 8\,064\,000 \text{ cm}^3$ bloed door het hart.
Per etmaal gaat er dus 8064 liter bloed door Sifans hart.
- d** Het aantal slagen per minuut na de schrikreactie is $1,5 \cdot 80 = 120$.
De periode van Sifans verhoogde hartslag is dan $\frac{60}{120} = 0,5$ seconden.

8.5 Machtsfuncties

Bladzijde 104

- 35 a** $v = 8$ geeft $P = 60 \cdot 8^3 = 30\,720$ watt
- b** $v = 20$ geeft $P = 60 \cdot 20^3 = 480\,000$ watt
 $350\,000 < 480\,000$, dus bij een vermogen van 350 000 watt is de windsnelheid minder dan 20 m/s.

Bladzijde 105



- 37 a** Je moet de grafiek van $y = -0,2x^4$ twee omhoog verschuiven om de grafiek van $y = -0,2x^4 + 2$ te krijgen.
b Bij de grafiek die je dan krijgt hoort de formule $y = -0,2x^4 - 5$.

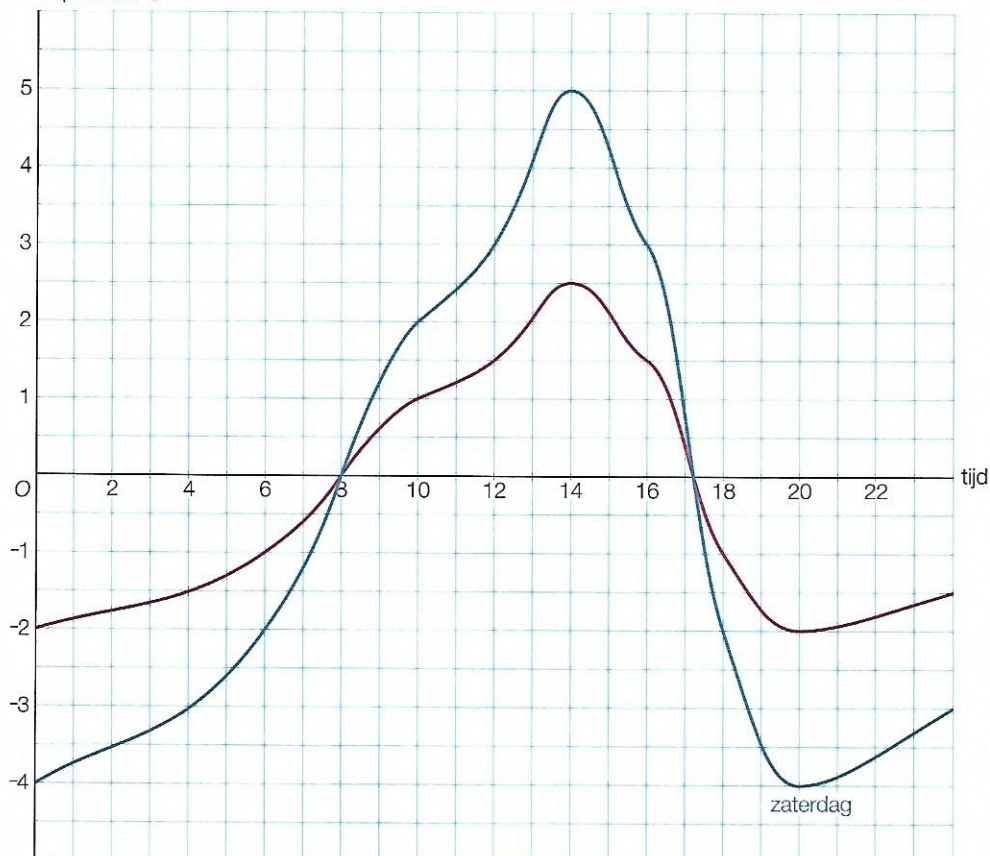
Bladzijde 106

- 38 a** $y = 0,5x^8 \xrightarrow{4 \text{ omlaag}} y = 0,5x^8 - 4$
b $y = 0,5x^8 \xrightarrow{9 \text{ naar links}} y = 0,5(x + 9)^8$
c $y = 0,5x^8 \xrightarrow{6 \text{ naar rechts}} y = 0,5(x - 6)^8$
d $y = 0,5x^8 \xrightarrow{5 \text{ naar rechts}} y = 0,5(x - 5)^8 \xrightarrow{3 \text{ omlaag}} y = 0,5(x - 5)^8 - 3$
- 39** Bij grafiek a hoort het functievoorschrift $k(x) = 0,5(x + 1)^6 - 10$.
 Bij grafiek b hoort het functievoorschrift $h(x) = -x^5 + 8$.
 Bij grafiek c hoort het functievoorschrift $f(x) = 2(x - 3)^3 + 8$.
 Bij grafiek d hoort het functievoorschrift $g(x) = -3x^4 + 8$.

- 40 a** $y = 5x^3 - 4 \xrightarrow{8 \text{ naar links}} y = 5(x + 8)^3 - 4 \xrightarrow{3 \text{ omlaag}} y = 5(x + 8)^3 - 4 - 3$
 Dus $g(x) = 5(x + 8)^3 - 7$.
b $y = 5x^3 - 4 \xrightarrow{8 \text{ omhoog}} y = 5x^3 - 4 + 8 = 5x^3 + 4 \xrightarrow{3 \text{ naar links}} y = 5(x + 3)^3 + 4$
 Dus $h(x) = 5(x + 3)^3 + 4$.
c $y = 5x^3 - 4 \xrightarrow{7 \text{ naar rechts}} y = 5(x - 7)^3 - 4 \xrightarrow{2 \text{ omlaag}} y = 5(x - 7)^3 - 4 - 2$
 Dus $k(x) = 5(x - 7)^3 - 6$.

Bladzijde 107

- 41 a** $2 \cdot 2^\circ\text{C} = 4^\circ\text{C}$
 Het is zaterdag om 13:00 uur 4°C .
b Het is op zaterdag even warm als op vrijdag om 8:00 uur en om iets na 17:00 uur.
c Het is op zaterdag warmer dan op vrijdag tussen 8:00 uur en iets na 17:00 uur.
d temperatuur in $^\circ\text{C}$



42 a $y = 0,5x^3 \xrightarrow{5 \text{ omhoog}} y = 0,5x^3 + 5 \xrightarrow{\text{vermenigvuldigen met } 6} y = 6(0,5x^3 + 5) = 3x^3 + 30$

Dus de formule van de beeldgrafiek is $y = 3x^3 + 30$.

b $y = 0,5x^3 \xrightarrow{3 \text{ omlaag}} y = 0,5x^3 - 3 \xrightarrow{2 \text{ naar links}} y = 0,5(x+2)^3 - 3 \xrightarrow{\text{vermenigvuldigen met } 0,1} y = 0,1(0,5(x+2)^3 - 3) = 0,05(x+2)^3 - 0,3$

Dus de formule van de beeldgrafiek is $y = 0,05(x+2)^3 - 0,3$.

c $y = 0,5x^3 \xrightarrow{\text{vermenigvuldigen met } 4} y = 4(0,5x^3) = 2x^3 \xrightarrow{5 \text{ omhoog}} y = 2x^3 + 5 \xrightarrow{1 \text{ naar rechts}} y = 2(x-1)^3 + 5$

Dus de formule van de beeldgrafiek is $y = 2(x-1)^3 + 5$.

43 $y = -0,6x^6 + 8 \xrightarrow{4 \text{ naar links}} y = -0,6(x+4)^6 + 8 \xrightarrow{15 \text{ omlaag}} y = -0,6(x+4)^6 + 8 - 15 = -0,6(x+4)^6 - 7 \xrightarrow{\text{vermenigvuldigen met } 5} y = 5(-0,6(x+4)^6 - 7) = -3(x+4)^6 - 35$

Het functievoorschrift van g is dus $g(x) = -3(x+4)^6 - 35$.

Bladzijde 108

44 $f(-3) = 5 \cdot (-3)^3 - 2 = -137$

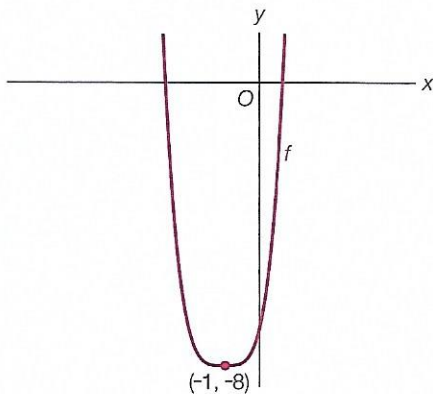
Na vermenigvuldigen ten opzichte van de x -as geldt $g(-3) = 548$. De grafiek

van f is dus vermenigvuldigd ten opzichte van de x -as met $\frac{548}{-137} = -4$.

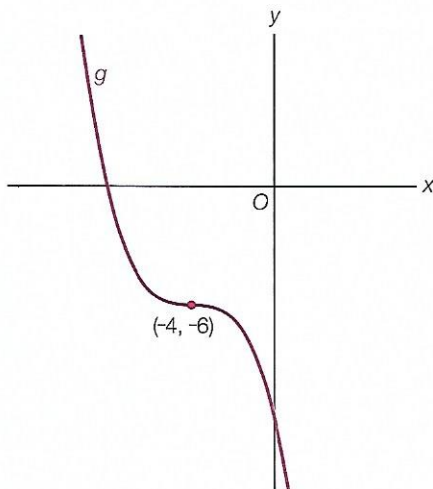
$y = 5x^3 - 2 \xrightarrow{\text{vermenigvuldigen met } -4} y = -4(5x^3 - 2) = -20x^3 + 8$

Dus het functievoorschrift van g is $g(x) = -20x^3 + 8$.

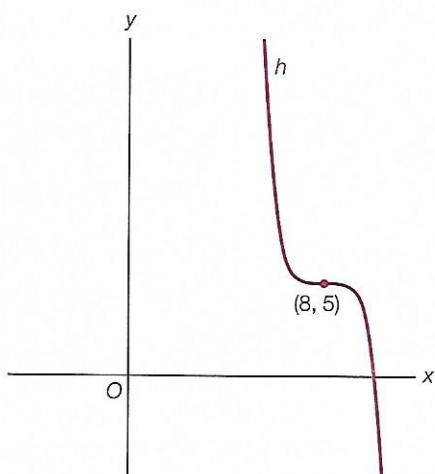
45 a $f(x) = (x+1)^4 - 8$
 n even en $a > 0$



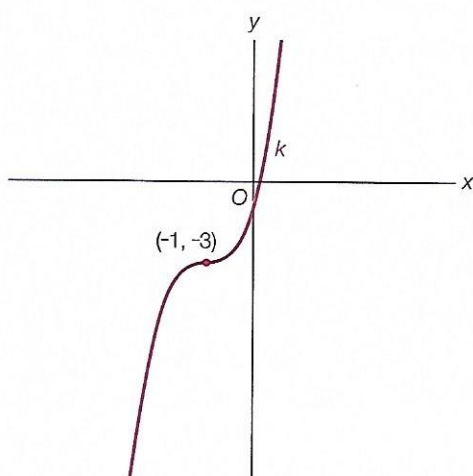
b $g(x) = -0,5(x+4)^3 - 6$
 n oneven en $a < 0$



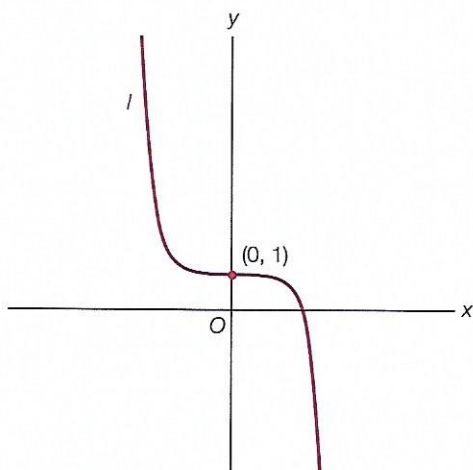
- c** $h(x) = -3(x - 8)^5 + 5$
 n oneven en $a < 0$



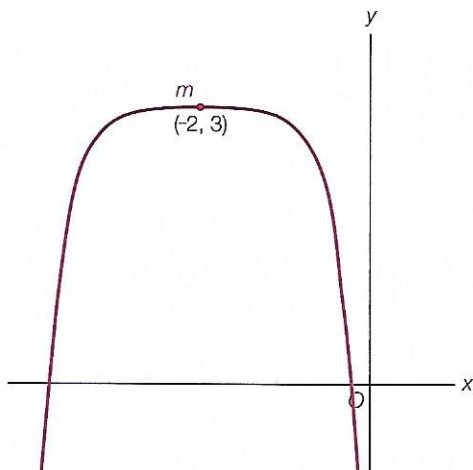
- 46 a** $k(x) = 2(x + 1)^3 - 3$
 n oneven en $a > 0$



- b** $l(x) = -5x^7 + 1$
 n oneven en $a < 0$



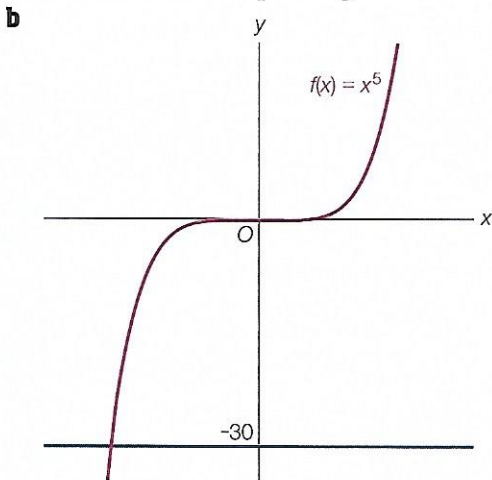
- c $m(x) = -0,3(x+2)^6 + 3$
 n even en $a < 0$



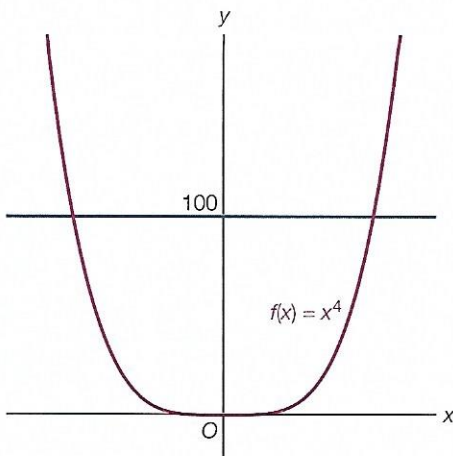
- 47 a $n(x) = -6(x^4 - 2) = -6x^4 + 12$
 n even, dus top $(0, 12)$.
 b $p(x) = 5 - 6(x+2)^4$
 n even, dus top $(-2, 5)$.
 c $q(x) = -6(x^3 - 2) - 4 = -6x^3 + 12 - 4 = -6x^3 + 8$
 n oneven, dus punt van symmetrie $(0, 8)$.

Bladzijde 109

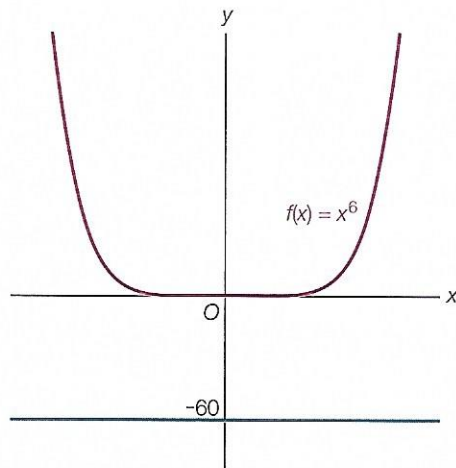
- 48 a De grafiek van $f(x) = x^3$ heeft één snijpunt met de lijn op hoogte 50, dus de vergelijking $x^3 = 50$ heeft één oplossing.



- c De vergelijking $x^4 = 100$ heeft twee oplossingen.



De vergelijking $x^6 = -60$ heeft geen oplossingen.



Bladzijde 110

49 a $x^6 = 50$
 $x = \sqrt[6]{50} \vee x = -\sqrt[6]{50}$
 $x \approx 1,92 \vee x \approx -1,92$

b $5x^4 = 100$
 $x^4 = 20$
 $x = \sqrt[4]{20} \vee x = -\sqrt[4]{20}$
 $x \approx 2,11 \vee x \approx -2,11$

c $x^7 = -50$
 $x = \sqrt[7]{-50}$
 $x \approx -1,75$

d $x^4 = 60$
 $x = \sqrt[4]{60} \vee x = -\sqrt[4]{60}$

e $3x^6 = -660$
 $x^6 = -220$
 geen oplossing

f $0,3x^5 = 183$
 $x^5 = \frac{183}{0,3} = 610$
 $x = \sqrt[5]{610}$

50 a $6x^4 - 20 = 500$
 $6x^4 = 520$
 $x^4 = \frac{520}{6}$
 $x = \sqrt[4]{\frac{520}{6}} \vee x = -\sqrt[4]{\frac{520}{6}}$
 $x \approx 3,05 \vee x \approx -3,05$

b $7x^3 - 15 = -92$
 $7x^3 = -77$
 $x^3 = \frac{-77}{7} = -11$

$x = \sqrt[3]{-11}$
 $x \approx -2,22$

c $0,02x^6 = 196,38$
 $x^6 = \frac{196,38}{0,02} = 9819$
 $x = \sqrt[6]{9819} \vee x = -\sqrt[6]{9819}$
 $x \approx 4,63 \vee x \approx -4,63$

d $0,1x^{10} + 2 = 5$
 $0,1x^{10} = 3$
 $x^{10} = \frac{3}{0,1} = 30$
 $x = \sqrt[10]{30} \vee x = -\sqrt[10]{30}$

e $3x^5 - 8 = -1000$
 $3x^5 = -992$
 $x^5 = -\frac{992}{3} = -330\frac{2}{3}$
 $x = \sqrt[5]{-330\frac{2}{3}}$

f $-4x^3 - 34 = -43$
 $-4x^3 = -9$
 $x^3 = \frac{-9}{-4} = 2\frac{1}{4}$
 $x = \sqrt[3]{2\frac{1}{4}}$

51 a $(x-3)^5 = 12$
 $x-3 = \sqrt[5]{12}$
 $x = 3 + \sqrt[5]{12}$
 $x \approx 4,64$

b $6(x-2)^6 = 120$
 $(x-2)^6 = 20$
 $x-2 = \sqrt[6]{20} \vee x-2 = -\sqrt[6]{20}$
 $x = 2 + \sqrt[6]{20} \vee x = 2 - \sqrt[6]{20}$
 $x \approx 3,65 \vee x \approx 0,35$

c $3(x+8)^4 + 1 = 49$
 $3(x+8)^4 = 48$
 $(x+8)^4 = 16$
 $x+8 = \sqrt[4]{16} \vee x+8 = -\sqrt[4]{16}$
 $x+8 = 2 \vee x+8 = -2$
 $x = -6 \vee x = -10$

d $-2(x+1)^3 = 40$
 $(x+1)^3 = -20$
 $x+1 = \sqrt[3]{-20}$
 $x = -1 + \sqrt[3]{-20}$
 $x \approx -3,71$

- 52 a** $80 \text{ cm} = 8 \text{ dm}$
 $l = 8$ geeft $G = 0,45 \cdot 8^3 = 230,4$
 Het gewicht van de slang is 230,4 gram

- b** $G = 350$ geeft $0,45l^3 = 350$

$$l^3 = \frac{350}{0,45}$$

$$l = \sqrt[3]{\frac{350}{0,45}}$$

$$l \approx 9,2$$

De lengte van de slang is dus 92 cm.

- c** $60 \text{ cm} = 6 \text{ dm}$
 $l = 6$ en $G = 93$ geeft $a \cdot 6^3 = 93$

$$216a = 93$$

$$a = \frac{93}{216}$$

$$a \approx 0,43$$

Bladzijde 111

- 53 a** $a = 3$ geeft $K = 0,0125 \cdot 3^4 = 1,0125$
 $a = 7$ geeft $K = 0,0125 \cdot 7^4 = 30,0125$
 De kosten per 1000 km zijn $1,0125 + 30,0125 + 30,0125 = 61,0375$
 De totale slijtagekosten zijn $8 \cdot 61,0375 = 488,30$ euro.

- b** $a = 1,5$ geeft $K = 0,0125 \cdot 1,5^4 = 0,06328125$
 $2 \cdot 0,06328125 = 0,1265625$
 $a = 3 \cdot 1,5 = 4,5$ geeft $K = 0,0125 \cdot 4,5^4 = 5,12578125$
 $2 \cdot 5,12578125 = 10,2515625$
 $\frac{10,2515625}{0,1265625} = 81$, dus de slijtagekosten zijn 81 keer zo hoog.

- c** De kosten per as zijn $40 : 2 = 20$ cent.
 $K = 0,20$ geeft $0,0125a^4 = 0,20$

$$a^4 = \frac{0,20}{0,0125} = 16$$

$$a = \sqrt[4]{16} \vee a = -\sqrt[4]{16}$$

$$a = 2 \vee a = -2$$

De oplossing $a = -2$ kan niet, dus van elke as is de asdruk 2 ton.

- d** De kosten per as zijn $70,40 : 4 = 17,60$ euro.
 Per 1000 km zijn de kosten per as $\frac{1000}{5500} \times 17,60 = 3,20$ euro.
 $K = 3,20$ geeft $0,0125a^4 = 3,20$

$$a^4 = \frac{3,20}{0,0125} = 256$$

$$a = \sqrt[4]{256} \vee a = -\sqrt[4]{256}$$

$$a = 4 \vee a = -4$$

De oplossing $a = -4$ kan niet, dus van elke as is de asdruk 4 ton.

- 54 a** $10^2 = 100$, dus $\sqrt{100} = 10$.

- b** $5^3 = 125$, dus $\sqrt[3]{125} = 5$.

- c** $3^4 = 81$, dus $\sqrt[4]{81} = 3$.

Bladzijde 112

55

a

x	x^2	x^3	x^4	x^5	x^6
1	1	1	1	1	1
2	4	8	16	32	64
3	9	27	81	243	729
4	16	64	256	1024	
5	25	125	625		
6	36	216			
7	49	343			
8	64	512			
9	81	729			
10	100	1000			

b *

56

a $x^3 = 27$

$x = 3$

b $x^4 = 1$

$x = 1 \vee x = -1$

c $x^5 = 32$

$x = 2$

d $x^5 = -1024$

$x = -4$

e $x^6 = -729$

geen oplossing

f $x^3 = -729$

$x = -9$

57

a $2x^3 = 2000$

$x^3 = 1000$

$x = 10$

b $x^3 + 12 = -500$

$x^3 = -512$

$x = -8$

c $-x^4 + 625 = 0$

$-x^4 = -625$

$x^4 = 625$

$x = 5 \vee x = -5$

d $2x^4 - 6 = 156$

$2x^4 = 162$

$x^4 = 81$

$x = 3 \vee x = -3$

e $-\frac{1}{2}x^5 + 3 = 515$

$-\frac{1}{2}x^5 = 512$

$x^5 = -1024$

$x = -4$

f $7 - 3x^6 = 4$

$-3x^6 = -3$

$x^6 = 1$

$x = 1 \vee x = -1$

58

a $(x+5)^3 = 27$

$x+5 = 3$

$x = -2$

b $2(3-x)^6 = 128$

$(3-x)^6 = 64$

$3-x = 2 \vee 3-x = -2$

$-x = -1 \vee -x = -5$

$x = 1 \vee x = 5$

c $\frac{1}{2}(x-2)^4 - 1 = 7$

$\frac{1}{2}(x-2)^4 = 8$

$(x-2)^4 = 16$

$x-2 = 2 \vee x-2 = -2$

$x = 4 \vee x = 0$

- 59** a $f(12) = 12^3 = 1728$
 $g(12) = 90 \cdot 12^2 = 12960$
 Je krijgt de grootste functiewaarde bij g .
- b $f(120) = 120^3 = 1\,728\,000$
 $g(120) = 90 \cdot 120^2 = 1\,296\,000$
 Je krijgt de grootste functiewaarde bij f .
- c $f(0) = g(0) = 0$
 $f(90) = g(90) = 729\,000$
 Dus voor $x = 0$ en voor $x = 90$ krijg je dezelfde functiewaarde.

Bladzijde 113

- 60** a $0,2x^3 = 100x^2$
 $x^3 = 500x^2$
 $x^3 - 500x^2 = 0$
 $x^2(x - 500) = 0$
 $x^2 = 0 \vee x = 500$
 $x = 0 \vee x = 500$
- b $0,1x^8 = 20x^6$
 $x^8 = 200x^6$
 $x^8 - 200x^6 = 0$
 $x^6(x^2 - 200) = 0$
 $x^6 = 0 \vee x^2 = 200$
 $x = 0 \vee x = \sqrt{200} \vee x = -\sqrt{200}$
 $x = 0 \vee x = 10\sqrt{2} \vee x = -10\sqrt{2}$
- c $0,25a^3 = a^2$
 $a^3 = 4a^2$
 $a^3 - 4a^2 = 0$
 $a^2(a - 4) = 0$
 $a^2 = 0 \vee a = 4$
 $a = 0 \vee a = 4$
- 61** a $8p^3 = p^8$
 $8p^3 - p^8 = 0$
 $p^3(8 - p^5) = 0$
 $p^3 = 0 \vee p^5 = 8$
 $p = 0 \vee p = \sqrt[5]{8}$
- b $6x^3 = -3x^6$
 $6x^3 + 3x^6 = 0$
 $3x^3(2 + x^3) = 0$
 $3x^3 = 0 \vee x^3 = -2$
 $x = 0 \vee x = \sqrt[3]{-2}$
- c $5x^7 = 2x^7 + 12x^3$
 $3x^7 - 12x^3 = 0$
 $3x^3(x^4 - 4) = 0$
 $3x^3 = 0 \vee x^4 = 4$
 $x = 0 \vee x = \sqrt[4]{4} \vee x = -\sqrt[4]{4}$

- 62** $P_{\text{rol}} = P_{\text{lucht}}$ geeft $0,75v = 0,004v^3$
 $750v = 4v^3$
 $750v - 4v^3 = 0$
 $v(750 - 4v^2) = 0$
 $v = 0 \vee 4v^2 = 750$
 $v = 0 \vee v^2 = 187,5$
 $v = 0 \vee v = \sqrt{187,5} \vee v = -\sqrt{187,5}$
 $v = 0 \vee v \approx 13,7 \vee v \approx -13,7$

De luchtweerstand en de rolweerstand zijn aan elkaar gelijk bij een snelheid van ongeveer 13,7 km per uur.

63 $f(x) = g(x)$ geeft $\frac{1}{5}x^4 = \frac{1}{100}x^6$
 $100 \cdot \frac{1}{5}x^4 = 100 \cdot \frac{1}{100}x^6$
 $20x^4 = x^6$
 $20x^4 - x^6 = 0$
 $x^4(20 - x^2) = 0$
 $x^4 = 0 \vee x^2 = 20$
 $x = 0 \vee x = \sqrt{20} \vee x = -\sqrt{20}$
 $x = 0 \vee x = 2\sqrt{5} \vee x = -2\sqrt{5}$

$$f(2\sqrt{5}) = \frac{1}{5} \cdot (2\sqrt{5})^4 = 80$$

$$f(-2\sqrt{5}) = \frac{1}{5} \cdot (-2\sqrt{5})^4 = 80$$

Dus $A(-2\sqrt{5}, 80)$ en $B(2\sqrt{5}, 80)$.

64 a $f(x) = a(x-p)^4 + q$
 Top $(3, 10)$, dus $p = 3$ en $q = 10$.
 Dit geeft $f(x) = a(x-3)^4 + 10$.
 Door $(-1, 138)$, dus $f(-1) = 138$ geeft $a(-1-3)^4 + 10 = 138$
 $a \cdot (-4)^4 + 10 = 138$
 $256a = 128$
 $a = \frac{1}{2}$

b $f(x) = a(x-p)^4 + q$
 Top $(-4, -7)$, dus $p = -4$ en $q = -7$.
 Dit geeft $f(x) = a(x+4)^4 - 7$.
 Door $(-2, -15)$, dus $f(-2) = -15$ geeft $a(-2+4)^4 - 7 = -15$
 $a \cdot 2^4 - 7 = -15$
 $16a = -8$
 $a = -\frac{1}{2}$

c De y -as is symmetrieas, dus de x -coördinaat van de top is 0, dus $p = 0$.
 De grafiek ligt geheel boven de x -as, dus de y -coördinaat van de top is groter dan 0, dus $q > 0$ en $a > 0$.

d $f(x) = a(x-p)^4 + q$
 $a = p = q$ geeft $f(x) = a(x-a)^4 + a$
 Door $(0, 17a)$, dus $f(0) = 17a$ geeft $a(0-a)^4 + a = 17a$
 $a \cdot (-a)^4 + a = 17a$
 $a \cdot a^4 + a = 17a$
 $a^5 - 16a = 0$
 $a(a^4 - 16) = 0$
 $a = 0 \vee a^4 = 16$
 $a = 0 \vee a = 2 \vee a = -2$

65 a $g(x) = a(x-p)^3 + q$
 $(2, -7)$ als punt van symmetrie, dus $p = 2$ en $q = -7$.
 Dit geeft $g(x) = a(x-2)^3 - 7$.
 Door $(4, 17)$, dus $g(4) = 17$ geeft $a(4-2)^3 - 7 = 17$
 $a \cdot 2^3 - 7 = 17$
 $8a = 24$
 $a = 3$

b $g(x) = a(x-p)^3 + q$
 $a = p = q$ geeft $g(x) = a(x-a)^3 + a$
 Door $(0, 28a)$, dus $g(0) = 28a$ geeft $a(0-a)^3 + a = 28a$
 $a \cdot (-a)^3 + a = 28a$
 $a \cdot -a^3 + a = 28a$
 $-a^4 - 27a = 0$
 $a^4 + 27a = 0$
 $a(a^3 + 27) = 0$
 $a = 0 \vee a^3 = -27$
 $a = 0 \vee a = -3$

66 $h(x) = a(x - 2a)^4 + 3a$

Door $(1, 19a)$, dus $h(1) = 19a$ geeft $a(1 - 2a)^4 + 3a = 19a$

$$a(1 - 2a)^4 - 16a = 0$$

$$a((1 - 2a)^4 - 16) = 0$$

$$a = 0 \vee (1 - 2a)^4 - 16 = 0$$

$$a = 0 \vee (1 - 2a)^4 = 16$$

$$a = 0 \vee 1 - 2a = 2 \vee 1 - 2a = -2$$

$$a = 0 \vee -2a = 1 \vee -2a = -3$$

$$a = 0 \vee a = -\frac{1}{2} \vee a = \frac{1}{2}$$

$a = 0$ geeft $h(x) = 0$ en de grafiek van deze functie heeft geen top.

$a = -\frac{1}{2}$ geeft $h(x) = -\frac{1}{2}(x + 1)^4 - 1\frac{1}{2}$, dus de top is het punt $(-1, -1\frac{1}{2})$.

$a = \frac{1}{2}$ geeft $h(x) = \frac{1}{2}(x - 3)^4 + 4\frac{1}{2}$, dus de top is het punt $(3, 4\frac{1}{2})$.

Gemengde opgaven

Bladzijde 114

1 a formule $B = b \cdot g^t$
 beginwaarde $b = 13,1$
 afname 0,21%, dus groeifactor per jaar $g = 0,9979$ } $B = 13,1 \cdot 0,9979^t$

b $t = 30$ geeft $B = 13,1 \cdot 0,9979^{30} \approx 12,3$

Dus in 2050 wonen er 12,3 miljoen personen van 15 tot 75 jaar in Nederland.

c 2030 loopt van $t = 10$ tot $t = 11$.

$t = 10$ geeft $B = 13,1 \cdot 0,9979^{10} = 12,827...$

$t = 11$ geeft $B = 13,1 \cdot 0,9979^{11} = 12,800...$

De potentiële beroepsbevolking neemt in 2030 af met

$12,827... - 12,800... \approx 0,027$ miljoen, dus met 27000 personen.

d In 2020 bestaat de totale Nederlandse bevolking uit $\frac{13,1}{0,768} = 17,05...$ miljoen personen.

De bevolking groeit met groeifactor 1,0021 per jaar, dus in 2035 wonen er

$17,05... \cdot 1,0021^{15} \approx 17,6$ miljoen mensen in Nederland.

e In 2050 bestaat de potentiële beroepsbevolking uit 12,3 miljoen personen (zie b).

In 2050 behoort dus $\frac{12,3}{17,05... \cdot 1,0021^{30}} \times 100\% \approx 67,7\%$ van de Nederlandse

bevolking tot de potentiële beroepsbevolking.

2 a $\frac{202}{180} \approx 1,12$, $\frac{226}{202} \approx 1,12$, en $\frac{253}{226} \approx 1,12$

De opeenvolgende delingen zijn bij benadering gelijk, dus exponentiële groei met groeifactor 1,12.

b formule $N = b \cdot g^t$
 beginwaarde $b = 180$
 groeifactor per kwartaal $g = 1,12$ } $N = 180 \cdot 1,12^t$

c Bij het tweede halfjaar van 2020 horen $t = 10$ en $t = 11$.

$t = 10$ geeft $N = 180 \cdot 1,12^{10} \approx 559$

$t = 11$ geeft $N = 180 \cdot 1,12^{11} \approx 626$

In het tweede halfjaar van 2020 verkoopt Complus $559 + 626 = 1185$ computers.

d Het tweede kwartaal van 2017 is drie kwartalen eerder dan het kwartaal waarin er 180 computers werden verkocht. Als er in het tweede kwartaal van 2017 x computers werden verkocht, geldt dus $x \cdot 1,12^3 = 180$,

en dit geeft $x = \frac{180}{1,12^3} \approx 128$.

In het tweede kwartaal van 2017 heeft Complus 128 computers verkocht.

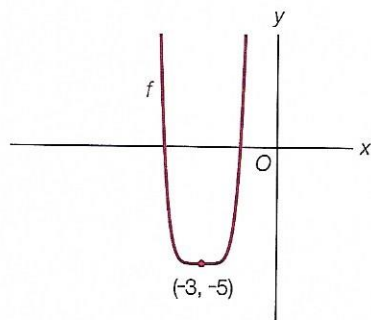
e Neem beginwaarde 180 en vermenigvuldig herhaald met 1,12.

$t = 15$ geeft $N \approx 985$

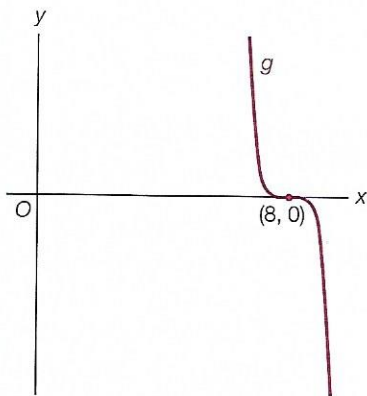
$t = 16$ geeft $N \approx 1103$

In het eerste kwartaal van 2022 verkoopt Complus voor het eerst meer dan 1000 computers.

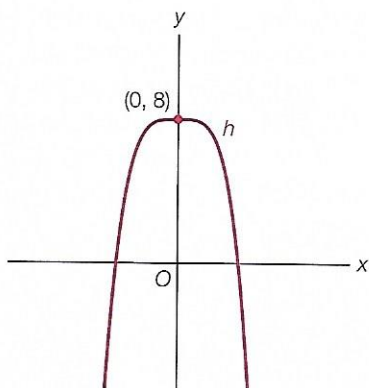
- 3 a** $f(x) = 7(x+3)^6 - 5$
 n even en $a > 0$



- b** $g(x) = -3(x-8)^5$
 n oneven en $a < 0$



- c** $h(x) = 8 - 5x^4$
 n even en $a < 0$



- 4 a** $0,3x^3 - 0,065 = -0,029$
 $0,3x^3 = 0,036$
 $x^3 = 0,12$
 $x = \sqrt[3]{0,12}$
 $x \approx 0,5$

- b** $5x^4 = 210 + 2x^4$
 $3x^4 = 210$
 $x^4 = 70$
 $x = \sqrt[4]{70} \vee x = -\sqrt[4]{70}$
 $x \approx 2,9 \vee x \approx -2,9$

- c** $5(40 - x^5) = 800$
 $40 - x^5 = 160$
 $-x^5 = 120$
 $x^5 = -120$
 $x = \sqrt[5]{-120}$
 $x \approx -2,6$

- d** $-5x^7 + 3 = 18$
 $-5x^7 = 15$
 $x^7 = -3$
 $x = \sqrt[7]{-3}$

- e** $3(9x^3 + 1) = 2$
 $9x^3 + 1 = \frac{2}{3}$
 $9x^3 = -\frac{1}{3}$
 $x^3 = -\frac{1}{27}$
 $x = -\frac{1}{3}$

- f** $x^6 = \sqrt{2} - \sqrt{3}$
 geen oplossing

Bladzijde 115

- 5 a** $s = 1,4$ geeft $R = 0,215 \cdot 1,4^8 \approx 3,2$
 Dus de kans dat Max binnen drie jaar bij een ongeluk betrokken raakt, is 3,2%.
- b** $R = 10$ geeft $0,215s^8 = 10$

$$s^8 = \frac{10}{0,215}$$

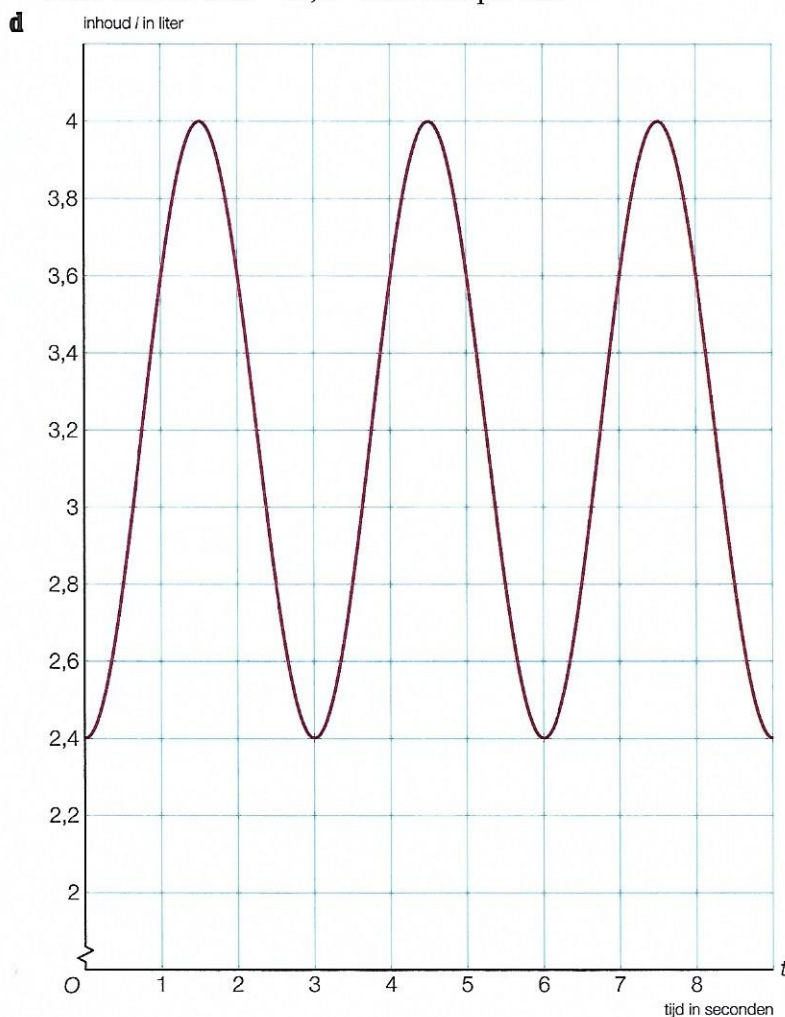
$$s = \sqrt[8]{\frac{10}{0,215}} \vee s = -\sqrt[8]{\frac{10}{0,215}}$$

$$s \approx 1,6 \vee s \approx -1,6$$

Dus Daniël is gewend 1,6 keer zo snel te rijden als de toegestane snelheid.

- c** $s = 1$ geeft $R = 0,215 \cdot 1^8 = 0,215$
 Van de 10 000 automobilisten zullen er naar verwachting
 $0,215 \cdot 10\,000 = 2150$ binnen drie jaar betrokken raken bij een ongeluk.
 Dus $10\,000 - 2150 = 7850$ raken naar verwachting de komende drie jaar niet
 bij een ongeluk betrokken.

- 6 a** periode = $5 - 1 = 4$ seconden
 evenwichtsstand = $\frac{4 + 2,5}{2} = 3,25$ liter
 amplitude = $4 - 3,25 = 0,75$ liter
- b** Na 29 seconden zit er evenveel lucht in haar longen als na $29 - 7 \cdot 4 = 1$ seconde.
 Dus dat is 2,5 liter.
 1 minuut en 18 seconden is 78 seconden.
 Na 1 minuut en 18 seconden zit er evenveel lucht in haar longen als na
 $78 - 4 \cdot 19 = 2$ seconden.
 Dus dat is 3,25 liter.
- c** Elke vier seconden 1,5 liter, dus per minuut ademt Monique $\frac{60}{4} \cdot 1,5 = 22,5$ liter
 lucht uit. Dat is $60 \cdot 22,5 = 1350$ liter per uur.



- e De veelvouden van 4,8 zijn 4,8, 9,6, ...
De veelvouden van 3,2 zijn 3,2, 6,4, 9,6, ...
Dus voor $t = 5 + 9,6 = 14,6$ is er in hun longen voor het eerst weer gelijktijdig de maximale hoeveelheid lucht aanwezig.

7 a $5x^4 = 30x^2$
 $5x^4 - 30x^2 = 0$
 $5x^2(x^2 - 6) = 0$
 $5x^2 = 0 \vee x^2 = 6$
 $x = 0 \vee x = \sqrt{6} \vee x = -\sqrt{6}$

b $120x^4 = 600x^6$
 $120x^4 - 600x^6 = 0$
 $120x^4(1 - 5x^2) = 0$
 $120x^4 = 0 \vee 5x^2 = 1$
 $x^4 = 0 \vee x^2 = \frac{1}{5}$
 $x = 0 \vee x = \sqrt{\frac{1}{5}} \vee x = -\sqrt{\frac{1}{5}}$

c $5x^3 = 2x^3 + 18x^2$
 $3x^3 - 18x^2 = 0$
 $3x^2(x - 6) = 0$
 $3x^2 = 0 \vee x = 6$
 $x = 0 \vee x = 6$

d $3(5x - 2)^7 = 123$
 $(5x - 2)^7 = 41$
 $5x - 2 = \sqrt[7]{41}$
 $5x = 2 + \sqrt[7]{41}$
 $x = \frac{2}{5} + \frac{1}{5}\sqrt[7]{41}$

e $3x^7 \cdot 2x^3 = 12x^3$
 $6x^{10} = 12x^3$
 $6x^{10} - 12x^3 = 0$
 $6x^3(x^7 - 2) = 0$
 $6x^3 = 0 \vee x^7 = 2$
 $x = 0 \vee x = \sqrt[7]{2}$

f $3x^7 + 2x^3 = 12x^3$
 $3x^7 - 10x^3 = 0$
 $x^3(3x^4 - 10) = 0$
 $x^3 = 0 \vee 3x^4 = 10$
 $x = 0 \vee x^4 = \frac{10}{3}$
 $x = 0 \vee x = \sqrt[4]{\frac{10}{3}} \vee x = -\sqrt[4]{\frac{10}{3}}$

8 a $y = 3x^5 + 4 \xrightarrow{p \text{ naar rechts}} y = 3(x - p)^5 + 4$
 Door $A(12, 9379)$ geeft $3(12 - p)^5 + 4 = 9379$
 $3(12 - p)^5 = 9375$
 $(12 - p)^5 = 3125$
 $12 - p = 5$
 $p = 7$

Dus de formule van de beeldgrafiek is $y = 3(x - 7)^5 + 4$.

b $y = 3x^5 + 4 \xrightarrow{\text{vermenigvuldigen met } a} y = a(3x^5 + 4)$
 Door $B(3; 3298,5)$ geeft $a(3 \cdot 3^5 + 4) = 3298,5$
 $733a = 3298,5$
 $a = \frac{3298,5}{733} = 4,5$

Dus de formule van de beeldgrafiek is $y = 4,5(3x^5 + 4)$, oftewel $y = 13,5x^5 + 18$.

Diagnostische toets

Bladzijde 118

- 1** a formule $N = b \cdot g^t$
 beginwaarde $b = 39,6$
 groeifactor per jaar $g = 1,033$ } $N = 39,6 \cdot 1,033^t$
- b $t = 7$ geeft $N = 39,6 \cdot 1,033^7 \approx 49,7$ miljoen inwoners op 1 januari 2025.
- c Neem beginwaarde 39,6 en vermenigvuldig herhaald met 1,033.
 $t = 7$ geeft $N \approx 49,7$
 $t = 8$ geeft $N \approx 51,3$
 Dus op 1 januari 2026 is het aantal inwoners voor het eerst meer dan 50 miljoen.
- d Het jaar 2030 loopt van $t = 12$ tot $t = 13$.
 $t = 12$ geeft $N = 39,6 \cdot 1,033^{12} = 58,46...$
 $t = 13$ geeft $N = 39,6 \cdot 1,033^{13} = 60,39...$
 In 2030 neemt het aantal inwoners toe met $60,39... - 58,46... \approx 1,9$ miljoen.

- 2 a** formule $N = b \cdot g^t$
 beginwaarde $b = 830$
 groeifactor per jaar $g = 1,023$ } $N = 830 \cdot 1,023^t$
- b** $t = 5$ geeft $N = 830 \cdot 1,023^5 \approx 930$ miljoen ton melk in 2020.
- c** Neem beginwaarde 830 en vermenigvuldig herhaald met 1,023.
 1,2 miljard = 1200 miljoen
 $t = 16$ geeft $N \approx 1194$
 $t = 17$ geeft $N \approx 1222$
 In 2032 zal er voor het eerst meer dan 1,2 miljard ton melk worden geproduceerd.
- d** $t = 10$ geeft $N = 830 \cdot 1,023^{10} = 1041,9\dots$
 $t = 15$ geeft $N = 830 \cdot 1,023^{15} = 1167,3\dots$
 Dus in 2030 wordt er $\frac{1167,3\dots - 1041,9\dots}{1041,9\dots} \times 100\% \approx 12,0\%$ meer melk geproduceerd dan in 2025.

- 3 a** formule $H = b \cdot g^t$
 beginwaarde $b = 50$
 afname 2%, dus groeifactor per dag $g = 0,98$ } $H = 50 \cdot 0,98^t$
- b** $400 \text{ mg/L} = 400 \text{ mg}/1000 \text{ mL} = 40 \text{ mg}/100 \text{ mL}$
 Neem beginwaarde 50 en vermenigvuldig herhaald met 0,98.
 $t = 11$ geeft $H = 40,03\dots$
 $t = 12$ geeft $H = 39,23\dots$
 Dus na 12 dagen bevat een liter sinaasappelsap voor het eerst minder dan 400 mg vitamine C per liter als het sap aan lucht is blootgesteld.

- 4 a** Tabel I
 $5400 - 5120 = 280$
 $5680 - 5400 = 280$
 $5960 - 5680 = 280$
 $6240 - 5960 = 280$
 De hoeveelheid neemt per tijdseenheid met hetzelfde getal toe, dus tabel I hoort bij lineaire groei.

Tabel II

$$\frac{5376}{5120} = 1,05, \frac{5645}{5376} \approx 1,05, \frac{5927}{5645} \approx 1,05 \text{ en } \frac{6223}{5927} \approx 1,05$$

De hoeveelheid wordt per tijdseenheid met hetzelfde getal vermenigvuldigd, dus bij tabel II hoort exponentiële groei.

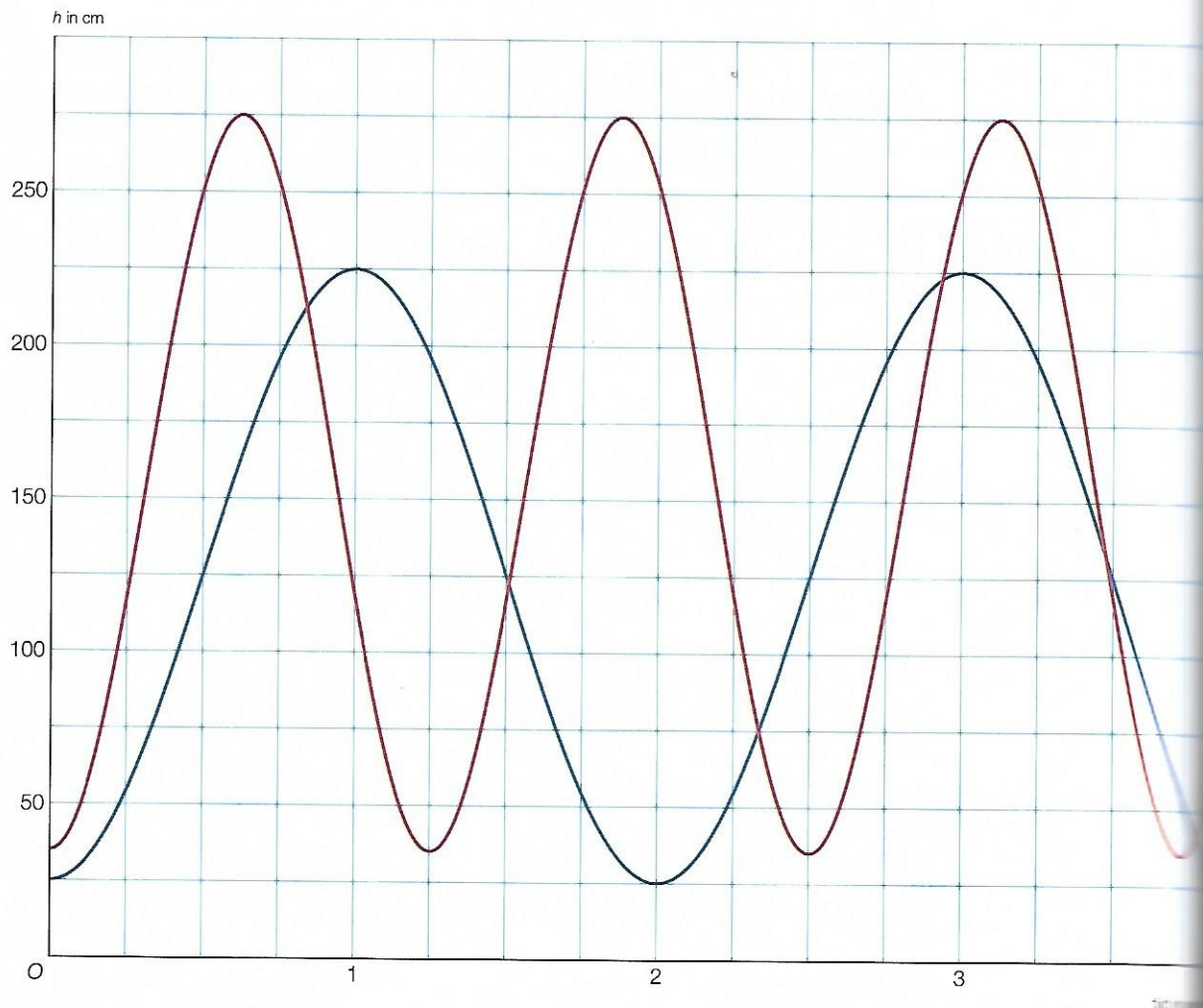
- c** tabel I: formule $N = at + b$
 beginwaarde $b = 5120$
 toename $a = 280$ } $N = 280t + 5120$

tabel II: formule $N = b \cdot g^t$
 beginwaarde $b = 5120$
 groeifactor $g = 1,05$ } $N = 5120 \cdot 1,05^t$

- d** tabel I: $t = 8$ geeft $N = 280 \cdot 8 + 5120 = 7360$
 tabel II: $t = 8$ geeft $N = 5120 \cdot 1,05^8 \approx 7565$

Bladzijde 119

- 5 a** De as zit op een hoogte van $\frac{35 + 275}{2} = 155 \text{ cm}$.
 De lengte van de wiken is $275 - 155 = 120 \text{ cm}$.
- b** De periode is 1,5 seconde.

c,d

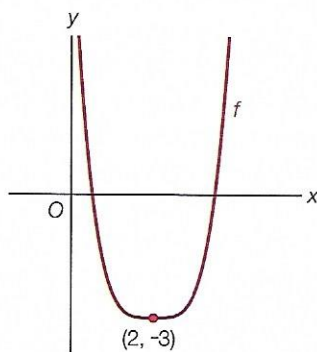
6 a $y = 0,3x^8 - 7 \xrightarrow{5 \text{ naar links}} y = 0,3(x+5)^8 - 7 \xrightarrow{8 \text{ omhoog}} y = 0,3(x+5)^8 - 7 + 8$

De formule van de beeldgrafiek is $y = 0,3(x+5)^8 + 1$.

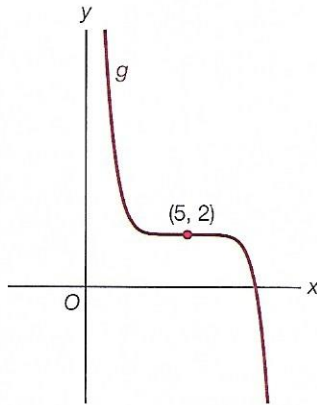
b $y = 2x^5 + 6 \xrightarrow{7 \text{ omlaag}} y = 2x^5 + 6 - 7 = 2x^5 - 1 \xrightarrow{\text{vermenigvuldigen met 5}} y = 5(2x^5 - 1) = 10x^5 - 5 \xrightarrow{3 \text{ naar rechts}} y = 10(x-3)^5 - 5$

De formule van de beeldgrafiek is $y = 10(x-3)^5 - 5$.

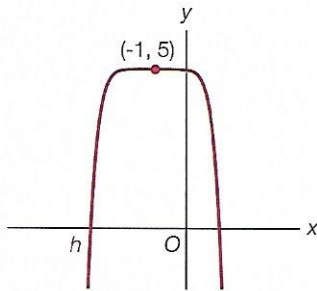
7 a $f(x) = 0,6(x-2)^4 - 3$
 n even en $a > 0$



- b** $g(x) = -0,3(x-5)^7 + 2$
 n oneven en $a < 0$



- c** $h(x) = -1,4(x+1)^8 + 5$
 n even en $a < 0$



8 a $x^6 = 317$
 $x = \sqrt[6]{317} \vee x = -\sqrt[6]{317}$
 $x \approx 2,61 \vee x \approx -2,61$

b $8x^7 = -209$
 $x^7 = -\frac{209}{8}$
 $x = \sqrt[7]{-\frac{209}{8}}$
 $x \approx -1,59$

c $7x^8 = 1000$
 $x^8 = \frac{1000}{7}$
 $x = \sqrt[8]{\frac{1000}{7}} \vee x = -\sqrt[8]{\frac{1000}{7}}$
 $x \approx 1,86 \vee x \approx -1,86$

d $0,2x^8 - 72 = 8500$
 $0,2x^8 = 8572$
 $x^8 = 42860$
 $x = \sqrt[8]{42860} \vee x = -\sqrt[8]{42860}$

e $4x^4 = 2500$
 $x^4 = 625$
 $x = 5 \vee x = -5$

f $8x^5 + 100 = 2044$
 $8x^5 = 1944$
 $x^5 = 243$
 $x = 3$

9 a $3(x-4,5)^5 = 80$
 $(x-4,5)^5 = \frac{80}{3} = 26\frac{2}{3}$
 $x-4,5 = \sqrt[5]{26\frac{2}{3}}$
 $x = 4,5 + \sqrt[5]{26\frac{2}{3}}$

b $0,6x^4 = 15x^3$
 $0,6x^4 - 15x^3 = 0$
 $x^3(0,6x - 15) = 0$
 $x^3 = 0 \vee 0,6x = 15$
 $x = 0 \vee x = \frac{15}{0,6} = 25$

c $45x^5 = 0,02x^9$
 $45x^5 - 0,02x^9 = 0$
 $x^5(45 - 0,02x^4) = 0$
 $x^5 = 0 \vee 0,02x^4 = 45$
 $x = 0 \vee x^4 = \frac{45}{0,02} = 2250$
 $x = 0 \vee x = \sqrt[4]{2250} \vee x = -\sqrt[4]{2250}$

- 10 $f(x) = a(x - p)^6 + q$
 Top $(-2, -6)$, dus $p = -2$ en $q = -6$.
 Dit geeft $f(x) = a(x + 2)^6 - 6$.
 Door $P(0, 26)$, dus $f(0) = 26$ geeft $a(0 + 2)^6 - 6 = 26$

$$a \cdot 2^6 - 6 = 26$$

$$64a = 32$$

$$a = \frac{1}{2}$$

Herhaling

Bladzijde 120

- 1 a $\left. \begin{array}{l} \text{formule } N = b \cdot g^t \\ \text{beginwaarde } b = 1650 \\ \text{groefactor per jaar } g = 1,4 \end{array} \right\} N = 1650 \cdot 1,4^t$
 b $t = 8$ geeft $N = 1650 \cdot 1,4^8 \approx 24\,351$ konijnen na acht jaar.
 c Neem beginwaarde 1650 en vermenigvuldig herhaald met 1,4.
 $t = 12$ geeft $N \approx 93\,545$
 $t = 13$ geeft $N \approx 130\,963$
 Op 1 januari 2031 zijn er voor het eerst meer dan 100 000 konijnen.
 d 2024 loopt van $t = 6$ tot $t = 7$.
 $t = 6$ geeft $N = 1650 \cdot 1,4^6 \approx 12\,424$
 $t = 7$ geeft $N = 1650 \cdot 1,4^7 \approx 17\,393$
 In 2024 komen er $17\,393 - 12\,424 = 4\,969$ konijnen bij.

- 2 a $100\% + 24\% = 124\%$, dus $g = 1,24$.
 b $100\% + 2,4\% = 102,4\%$, dus $g = 1,024$.
 c $100\% + 0,24\% = 100,24\%$, dus $g = 1,0024$.
 d $100\% + 0,08\% = 100,08\%$, dus $g = 1,0008$.
 e $100\% + 80\% = 180\%$, dus $g = 1,8$.
 f $100\% + 200\% = 300\%$, dus $g = 3$.

- 3 a $100\% + 1,1\% = 101,1\%$, dus $g = 1,011$.
 b $\left. \begin{array}{l} \text{formule } B = b \cdot g^t \\ \text{beginwaarde } b = 50 \\ \text{groefactor per jaar } g = 1,011 \end{array} \right\} B = 50 \cdot 1,011^t$
 c $t = 8$ geeft $B = 50 \cdot 1,011^8 \approx 54,57$ euro
 d Het tiende jaar loopt van $t = 9$ tot $t = 10$.
 $t = 9$ geeft $B = 50 \cdot 1,011^9 = 55,17\dots$
 $t = 10$ geeft $B = 50 \cdot 1,011^{10} = 55,78\dots$
 Het bedrag neemt het tiende jaar toe met $55,78\dots - 55,17\dots \approx 0,61$ euro.

- 4 a $100\% - 15\% = 85\%$, dus $g = 0,85$.
 b $100\% - 1,4\% = 98,6\%$, dus $g = 0,986$.
 c $100\% - 0,8\% = 99,2\%$, dus $g = 0,992$.
 d $100\% - 0,06\% = 99,94\%$, dus $g = 0,9994$.
 e $100\% - 80\% = 20\%$, dus $g = 0,2$.
 f $100\% - 50\% = 50\%$, dus $g = 0,5$.

Bladzijde 121

- 5 a $\left. \begin{array}{l} \text{formule } N = b \cdot g^t \\ \text{beginwaarde } b = 7,1 \\ \text{afname } 0,9\%, \text{ dus groefactor per jaar } g = 0,991 \end{array} \right\} N = 7,1 \cdot 0,991^t$
 b $t = 8$ geeft $N = 7,1 \cdot 0,991^8 \approx 6,6$ miljoen inwoners op 1 januari 2026.
 c 2030 loopt van $t = 12$ tot $t = 13$.
 $t = 12$ geeft $N = 7,1 \cdot 0,991^{12} = 6,3700\dots$
 $t = 13$ geeft $N = 7,1 \cdot 0,991^{13} = 6,3127\dots$
 $6,3700\dots - 6,3127\dots = 0,0573\dots$
 Dus in 2030 neemt het aantal inwoners af met 57 000.

- 6 a** formule $N = at + b$
 beginwaarde $b = 58$
 toename $a = 7$
 $t = 8$ geeft $N = 7 \cdot 8 + 58 = 114$
- b** formule $K = b \cdot g^t$
 beginwaarde $b = 80$
 groeifactor $g = 1,5$
 $K = 80 \cdot 1,5^t$
- c** $t = 6$ geeft $K = 80 \cdot 1,5^6 \approx 911$

- 7 a** tabel I: $\frac{456}{285} = 1,6$, $\frac{730}{456} \approx 1,6$ en $\frac{1168}{730} = 1,6$

De hoeveelheid wordt per tijdseenheid met hetzelfde getal vermenigvuldigd.

Dus tabel I hoort bij exponentiële groei.

- b** tabel II: $470 - 285 = 185$, $655 - 470 = 185$ en $840 - 655 = 185$

De hoeveelheid neemt per tijdseenheid met hetzelfde getal toe.

Dus tabel II hoort bij lineaire groei.

- c** tabel I: formule $N = b \cdot g^t$
 beginwaarde $b = 285$
 groeifactor $g = 1,6$
 $N = 285 \cdot 1,6^t$

tabel II: formule $N = at + b$
 beginwaarde $b = 285$
 toename $a = 185$
 $N = 185t + 285$

- d** tabel I: $t = 10$ geeft $N = 285 \cdot 1,6^{10} \approx 31\,336$
 tabel II: $t = 10$ geeft $N = 185 \cdot 10 + 285 = 2135$

- 8 a** periode = $10 - 4 = 6$ minuten
 evenwichtsstand = $\frac{25 + 5}{2} = 15$ cm

amplitude = $25 - 15 = 10$ cm

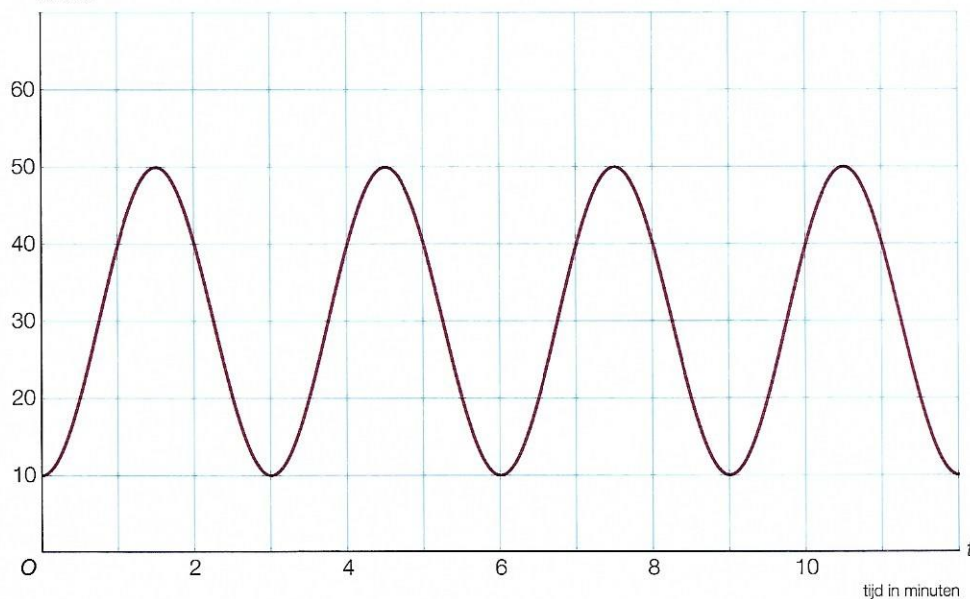
- b** De periode is 6 minuten, dus op $t = 7 + 6 = 13$, $t = 13 + 6 = 19$ en $t = 19 + 6 = 25$ wordt de laagste stand bereikt.

- c** Op $t = 10$ wordt de hoogste stand bereikt. De periode is 6 minuten. Neem beginwaarde 10 en tel er herhaald 6 bij op.

De hoogste stand wordt bereikt op $t = 46$ en daarna weer op $t = 52$.

Dus na $t = 50$ wordt op $t = 52$ de hoogste stand voor het eerst bereikt.

- d** h in cm



Bladzijde 122

9 a $y = 5x^3 - 7 \xrightarrow{6 \text{ omlaag}} y = 5x^3 - 7 - 6$, dus $y = 5x^3 - 13$.

b $y = 5x^3 - 7 \xrightarrow{16 \text{ naar rechts}} y = 5(x - 16)^3 - 7$

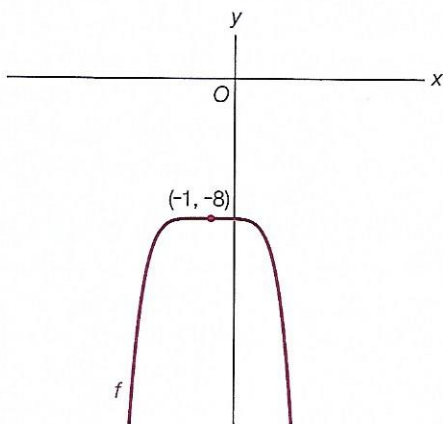
c $y = 5x^3 - 7 \xrightarrow{3 \text{ naar links}} y = 5(x + 3)^3 - 7 \xrightarrow{4 \text{ omhoog}} y = 5(x + 3)^3 - 7 + 4$,
dus $y = 5(x + 3)^3 - 3$.

d $y = 5x^3 - 7 \xrightarrow{2 \text{ omlaag}} y = 5x^3 - 7 - 2 = 5x^3 - 9 \xrightarrow{5 \text{ naar rechts}} y = 5(x - 5)^3 - 9$

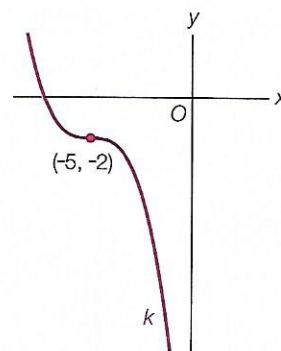
10 a $y = 3x^7 + 9 \xrightarrow{16 \text{ naar links}} y = 3(x + 16)^7 + 9 \xrightarrow{\text{vermenigvuldigen met 5}} y = 5(3(x + 16)^7 + 9)$,
dus $y = 15(x + 16)^7 + 45$.

b $y = 3x^7 + 9 \xrightarrow{3 \text{ omhoog}} y = 3x^7 + 9 + 3 = 3x^7 + 12 \xrightarrow{\text{vermenigvuldigen met 4}} y = 4(3x^7 + 12) = 12x^7 + 48 \xrightarrow{6 \text{ naar rechts}} y = 12(x - 6)^7 + 48$

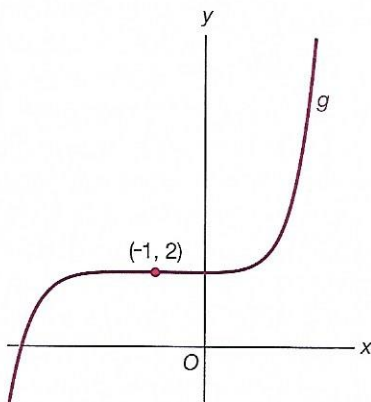
11 a $f(x) = -5(x + 1)^6 - 8$
 n is even en $a < 0$



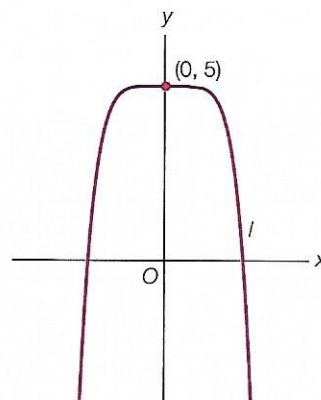
d $k(x) = -3(x + 5)^3 - 2$
 n oneven en $a < 0$



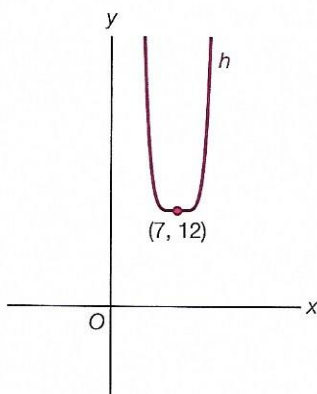
b $g(x) = 3(x + 1)^7 + 2$
 n oneven en $a > 0$



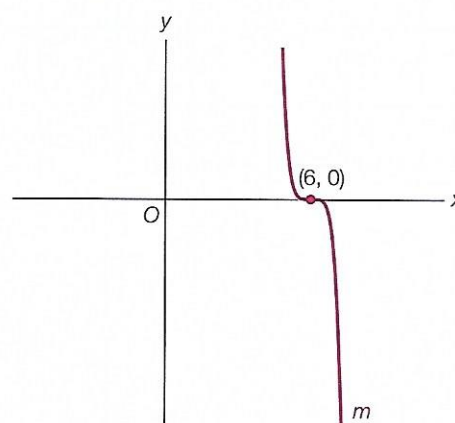
e $l(x) = -3x^6 + 5$
 n even en $a < 0$



c $h(x) = 8(x - 7)^6 + 12$
 n oneven en $a > 0$



f $m(x) = -3(x - 6)^5$
 n oneven en $a < 0$



Bladzijde 123**12**

a $x^5 = 720$

$x = \sqrt[5]{720}$

$x \approx 3,73$

b $x^6 = 0,083$

$x = \sqrt[6]{0,083} \vee x = -\sqrt[6]{0,083}$

$x \approx 0,66 \vee x \approx -0,66$

c $5x^7 = 100$

$x^7 = 20$

$x = \sqrt[7]{20}$

$x \approx 1,53$

d $6x^8 = -12$

$x^8 = -2$

geen oplossing

e $3x^6 - 70 = 1050$

$3x^6 = 1120$

$x^6 = \frac{1120}{3}$

$x = \sqrt[6]{\frac{1120}{3}} \vee x = -\sqrt[6]{\frac{1120}{3}}$

$x \approx 2,68 \vee x \approx -2,68$

f $5x^7 + 9 = 3$

$5x^7 = -6$

$x^7 = -1,2$

$x = \sqrt[7]{-1,2}$

$x \approx -1,03$

13

a $x^3 = 60$

$x = \sqrt[3]{60}$

b $x^3 = 125$

$x = 5$

c $x^4 = 100$

$x = \sqrt[4]{100} \vee x = -\sqrt[4]{100}$

d $x^4 = 16$

$x = 2 \vee x = -2$

e $5x^6 + 8 = 20$

$5x^6 = 12$

$x^6 = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$

$x = \sqrt[6]{2\frac{2}{5}} \vee x = -\sqrt[6]{2\frac{2}{5}}$

f $-3x^5 - 7 = 89$

$-3x^5 = 96$

$x^5 = -32$

$x = -2$

14

a $3x^7 = 18x^3$

$3x^7 - 18x^3 = 0$

$3x^3(x^4 - 6) = 0$

$3x^3 = 0 \vee x^4 = 6$

$x = 0 \vee x = \sqrt[4]{6} \vee x = -\sqrt[4]{6}$

b $0,8x^3 = 16x^6$

$0,8x^3 - 16x^6 = 0$

$x^3(0,8 - 16x^3) = 0$

$x^3 = 0 \vee 16x^3 = 0,8$

$x = 0 \vee x^3 = 0,05$

$x = 0 \vee x = \sqrt[3]{0,05}$

c $8x^3 = -12x^6$

$8x^3 + 12x^6 = 0$

$4x^3(2 + 3x^3) = 0$

$4x^3 = 0 \vee 3x^3 = -2$

$x = 0 \vee x^3 = -\frac{2}{3}$

$x = 0 \vee x = \sqrt[3]{-\frac{2}{3}}$

d $8x^3 = -12x^7$

$8x^3 + 12x^7 = 0$

$4x^3(2 + 3x^4) = 0$

$4x^3 = 0 \vee 3x^4 = -2$

$x = 0 \vee x^4 = -\frac{2}{3}$

 $x = 0$ geen opl.

e $0,1x^8 - 8x^4 = 0$

$x^4(0,1x^4 - 8) = 0$

$x^4 = 0 \vee 0,1x^4 = 8$

$x = 0 \vee x^4 = 80$

$x = 0 \vee x = \sqrt[4]{80} \vee x = -\sqrt[4]{80}$

f $7x^8 + 5x^3 = 2x^8$

$5x^8 + 5x^3 = 0$

$5x^3(x^5 + 1) = 0$

$5x^3 = 0 \vee x^5 = -1$

$x = 0 \vee x = -1$

g $0,6x^2 = 50x^6 - 2x^2$

$2,6x^2 - 50x^6 = 0$

$x^2(2,6 - 50x^4) = 0$

$x^2 = 0 \vee 50x^4 = 2,6$

$x = 0 \vee x^4 = 0,052$

$x = 0 \vee x = \sqrt[4]{0,052} \vee x = -\sqrt[4]{0,052}$

h $3(2x - 1)^6 + 18 = 78$

$3(2x - 1)^6 = 60$

$(2x - 1)^6 = 20$

$2x - 1 = \sqrt[6]{20} \vee 2x - 1 = -\sqrt[6]{20}$

$2x = 1 + \sqrt[6]{20} \vee 2x = 1 - \sqrt[6]{20}$

$x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt[6]{20} \vee x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt[6]{20}$

15

a Top $(-5, -8)$, dus $p = -5$ en $q = -8$.

b $p = -5$ en $q = -8$ invullen in $f(x) = a(x - p)^5 + q$ geeft $f(x) = a(x + 5)^5 - 8$.

Door $(-3, -24)$, dus $f(-3) = -24$ geeft $a(-3 + 5)^5 - 8 = -24$

$a \cdot 2^5 - 8 = -24$

$32a = -16$

$a = -\frac{1}{2}$